1. A trapéz magassága $m = \dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ egység, területe $t = \dfrac{10\sqrt{2}}{3}$ területegység.

2. Mérjük fel a CB szakasz B-n túli meghosszabbítására a $BD = BA$ szakaszt.
Az ABC háromszög hasonló a DAC háromszöghöz, így $\dfrac{AB+4}{6} = \dfrac{6}{4}$, $AB = 5$ egység. A feladat trigonometria alkalmazásával is megoldható.

3. Az egyenlet D diszkriminánsa, $D = (3m+14)^2 \geqq 0$, $x_1 = 2m+6$, $x_2 = \dfrac{m}{2} - 1$. Mindkét gyök $-5 \leqq m \leqq \dfrac{9}{2}$ esetén esik a $[-4;-3]$ intervallumba, és $m = -\dfrac{14}{3}$ esetén egyenlők a gyökök.

4.

$$a) \quad \frac{5\pi}{12} + k\pi < x < \frac{13\pi}{12} + k\pi; \quad k \in \mathbf{Z};$$

$$b) \quad -\frac{\pi}{8} + \frac{n\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4} + \frac{n\pi}{2}; \quad n \in \mathbf{Z}.$$

5. A C csúcs az A középpontú, $r = 5\sqrt{2}$ sugarú kör (egyenlete: $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 20$) és az $x - y = 1$ egyenletű egyenes metszéspontja. $C_1(7;6)$, $C_2(-3;-4)$. A $C_1B_1(3x+y=27)$ és az $AB_1(x-3y=-1)$ metszéspontja $B_1(8;3)$, így $D_1(1;4)$, a $C_2B_2(3x+y=-13)$ és az AB metszéspontja $B_2(-4;-1)$, így $D_2(3;-2)$. Dolgozhatunk paraméter alkalmazásával is.

6. Belátható, hogy $x > 0$, $y > 0$ esetén

$$x^{\log_4 y} = y^{\log_4 x}.$$

Így $2x^{\log_4 y} = 4$, amiből $\log_2 x \cdot \log_2 y = 2$. Mivel $\log_2 x - \log_2 y = 1$, ezért $\log_2 x = 2$, vagy $\log_2 x = -1$. Az egyenletrendszer megoldásai: $x_1 = 4$, $y_1 = 2$, vagy $x_2 = \dfrac{1}{2}$, $y_2 = \dfrac{1}{4}$.

7. Ha $p < 0$, akkor az egyenletnek nincs megoldása. (Vegyük figyelembe, hogy $x^2 = |x|^2$.)
Ha $p = 0$ $(4|x| - |x|^2 = 0)$, akkor az egyenletnek három megoldása van, $x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = -4$.
Ha $p > 0$, akkor $|x|^2 - 4|x| + p^2 = 0$. Most $D = 4 - p^2$.
Ha $p > 2$, akkor az egyenletnek nincs megoldása, ha $p = 0$, akkor az egyenletnek két megoldása van, $x_4 = -2$, $x_5 = 2$, ha $0 < p < 2$, akkor az egyenletnek négy megoldása van, $x_{6,7} = 2 \pm \sqrt{4-p^2}$, $x_{8,9} = -2 \pm \sqrt{4-p^2}$.

8. Az egyenlet $(x-1)(y+3) = 17$ alakban is írható. A 17 prím, tehát $17 = 1 \cdot 17 == (-1)(-17)$, ezért

$$\left.\begin{array}{l} x-1=1, \\ y-3=17, \end{array}\right\} \text{ vagy } \left.\begin{array}{l} x-1=17, \\ y+3=1, \end{array}\right\} \text{ vagy } \left.\begin{array}{l} x-1=-1, \\ y+3=-17, \end{array}\right\} \text{ vagy } \begin{array}{l} x-1=-17 \\ y+3=-1. \end{array}$$

A megoldások: $x_1 = 2$, $y_1 = 14$, $x_2 = 18$, $y_2 = -2$, $x_3 = 0$, $y_3 = -20$, $x_4 = -16$, $y_4 = -4$.