

**I. Megoldás.** Jelöljük az ismerkedési est résztvevőinek számát  $n$ -nel, és tegyük fel, hogy a sorban állók egymás után előre mennek a sorban, és minden ismerősükkel kezét fognak. Ha az  $i$ -edik embernek az előtte állók között  $a_i$  ismerőse van, akkor összesen

$$A = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

kézfogásra kerül sor. Ezután kérjük meg a sorban állókat, hogy egymás után haladjanak el a mögöttük állók előtt, és fogjanak kezét az ismerőseikkel. Ha most az  $i$ -edik  $b_i$ -szer fog kezét, az összes kézfogás száma

$$B = b_1 + b_2 + \dots + b_n.$$

Mind a két esetben minden ismerős pár pontosan egyszer fog kezét, tehát  $A = B$ . A feladat feltevése szerint  $1 < i < n$  mellett  $a_i = b_i$ , emiatt  $A = B$  csak úgy lehet igaz, ha

$$a_1 + a_n = b_1 + b_n.$$

Viszont  $a_1 = b_n = 0$ , hiszen az első előtt és az utolsó után nem áll senki, tehát  $a_n = b_1$ , amint azt bizonyítanunk kellett.

**II. megoldás.** Kérjük meg az est résztvevőit, hogy mindenki adjon a sorban mögötte álló ismerőseinek egy forintot. Ezután az első annyi forinttal lesz szegényebb, ahány ismerőse van, a mögötte állók viszont ugyanannyi forintot kapnak, amennyit adnak, kivéve az utolsót, aki csak kap ebben az esetben, mégpedig ugyancsak annyi forintot, ahány ismerőse van. Mivel a társaság összvagyonát ez az adakozás változatlanul hagyja, az utolsó pontosan annyi forinttal lesz gazdagabb, mint ahánnyal az első szegényebb lett, tehát az ismerőseik száma egyenlő.