A XXX. Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát július 13. és 24. között rendezték az NSZK-beli Braunschweig-ben, Gauss szülővárosában.

A magyar csapat nagyon erős mezőben 50 ország között a 10. helyen végzett. A nemzetek közötti pontversenyt a Kínai Népköztársaság csapata nyerte 237 ponttal.

A magyar csapat tagjai:

Balogh József és **Csirik János,** a szegedi Ságvári Endre Gyakorló Gimnázium III. osztályos tanulói, *Csúri József* és *Tarcsay Tamás tanítványai;*

Fleiner Tamás és **Sustik Mátyás,** a budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium IV. osztályos tanulói, *Laczkó László* és *Kőváry Károly tanítványai;*

Benczúr Péter, a budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium III. osztályos tanulója, *Thiry Imréné* és *Kardos Gyula tanítványa;*

Pásztor Gábor, a miskolci Földes Ferenc Gimnázium IV. osztályos tanulója, *Szabó Kálmán tanítványa.*

Benczúr Péter 37, Balogh József és Fleiner Tamás 34-34, Pásztor Gábor pedig 30 pontos teljesítménnyel második díjat, Csirik János 23 ponttal harmadik díjat szerzett. Sustik Mátyás 17 ponttal járult hozzá a csapat eredményéhez.

A verseny feladatai a következők voltak: [1]

1. *Bizonyítsuk be, hogy az* $\{1,\ 2,\ \ldots,\ 1989\}$ *halmaz előáll* 117 *darab olyan diszjunkt halmaz,* $A_1,\ A_2,\ \ldots,\ A_{117}$ *egyesítéseként, amelyekre teljesül, hogy*

a) *mindegyiküknek* 17 *eleme van, továbbá hogy*

b) *mindegyikükben ugyanannyi az elemek összege.*

(7 pont)
(Fülöp-szigetek)

2. *A hegyesszögű háromszög* A*-ból,* B*-ből és* C*-ből induló belső szögfelezői rendre az* A_1, B_1, *illetve* C_1 *pontban metszik a háromszög körülírt körét. A* B*- és a* C*-beli külső szögfelező az* AA_1 *egyenest az* A_0 *pontban metszi és hasonlóan kapjuk a* B_0 *és a* C_0 *pontokat. Bizonyítsuk be, hogy*

i) *az* $A_0B_0C_0$ *háromszög területe egyenlő az* $AC_1BA_1CB_1$ *hatszög területének kétszeresével;*

ii) *az* $A_0B_0C_0$ *háromszög területe legalább négyszer akkora, mint az* ABC *háromszög területe.*

(7 pont)
(Ausztrália)

3. *Legyenek* n *és* k *adott pozitív egész számok,* S *pedig olyan* n*-elemű síkbeli ponthalmaz, amelynek*

a) *semelyik három pontja nincs egy egyenesen;*

b) *az* S *halmaz minden* P *pontjához található legalább* k *darab* S*-beli pont, amelyek mind egyenlő távolságra vannak a* P *ponttól.*

Bizonyítsuk be, hogy

$$k < \frac{1}{2} + \sqrt{2n}.$$

(7 pont)
(Hollandia)

4. *A konvex* $ABCD$ *négyszög* AB, BC *és* AD *oldalaira teljesül, hogy* $AB = AD + BC$. *A négyszög belsejében úgy helyezkedik el a* P *pont, hogy* $AP = h + AD$ *és* $BP = h + BC$, *ahol* h *éppen a* P *pontnak a* CD *egyenestől mért távolsága. Bizonyítsuk be, hogy*

$$\frac{1}{\sqrt{h}} \geqq \frac{1}{\sqrt{AD}} + \frac{1}{\sqrt{BC}}.$$

(7 pont)
(Izland)

5. *Bizonyítsuk be, hogy minden pozitív egész* n*-hez található* n *darab szomszédos pozitív egész szám úgy, hogy egyikük sem egyenlő egy prímszám pozitív egész kitevőjű hatványával.*

(7 pont)
(Svédország)

6. *Az* $1,\ 2,\ \ldots,\ 2n-1,\ 2n$ *számok egy* $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_{2n-1},\ x_{2n}$ *permutációját nevezzük jónak, ha van olyan* $i \in \{1,\ 2,\ \ldots,\ 2n-1\}$, *amelyre* $|x_i - x_{i+1}| = n$.

Bizonyítsuk be, hogy minden pozitív egész n*-re az* $1,\ 2, \ldots, 2n-1,\ 2n$ *számok összes permutációjának több, mint a fele jó.*

(7 pont)
(Lengyelország)

[1] A zárójelben a javaslatot tevő ország neve szerepel.