A verseny három kategóriában folyt le. Az I. kategóriában a szakközépiskolai tanulók versenyeztek. A II. kategóriába tartozott minden III. osztályos tanuló (kivéve a speciális és komplex tantervű osztályokat), továbbá azok a IV. osztályos tanulók, akik fizikából semmiféle fakultáción sem vettek részt. A III. kategóriába tartoztak a fizikából fakultáción részt vevő IV. osztályos tanulók, továbbá a speciális és komplex tantervű III. és IV. osztályos tanulók. A II. és III. kategóriában a feladatok ugyanazok voltak. A verseny első fordulója január 4-én, második fordulója március 9-én, harmadik fordulója április 22-én folyt le.

EBBEN AZ ÉVBEN VALAMENNYI FELADAT DR. NAGY LÁSZLÓTÓL SZÁRMAZOTT, AKI TAVALY HUNYT EL ÉS AKI ÉVEKEN ÁT SOKAT TETT A TANULMÁNYI VERSENYEK SIKEREÉÉRT.

Az I. forduló feladatai a II. és III. kategóriában

1. *Egy* 76 cm *hosszú Torricelli-cső helyzete* 30°- *os, félig tölti meg a higany (1. ábra). A hőmérséklet* 0°C. *A légköri levegő nyomása* 76 cm*-es higanyoszlop nyomásával egyenlő.*

a) Milyen magasan tölti meg a higany a csövet, ha azt függőlegesre állítjuk?

b) Ezután hány fokos hőmérsékleten lesz a higany felső szintje 19 cm *magasan?*

Megoldás. A nyomás mértékéül a higanyoszlop magasságát, a térfogat mértékéül a légoszlop hosszát vehetjük. A Boyle-Mariotte-törvény szerint:

$$(76-19)\cdot 38=(76-x)\cdot(79-x),$$

innen $x=29,46$ cm.

1988-10-321-1.eps

1. ábra

Az általános gáztörvény szerint:

$$\frac{(76-19)\cdot(76-19)}{T}=\frac{(76-29,46)\cdot(76-29,46)}{273};$$

innen $T=1,5\cdot 273\text{K}=409,5$ K, $t=136{,}5^\circ$C.

2. *Kondenzátor nagy területű lemezeinek távolsága* $d=3$ cm *(2. ábra). A lemezek közötti feszültségkülönbség* $U=60\,000$ volt. *Mekkora* v *sebességgel kell egy* $Q=4\cdot10^{-3}$ coulomb *töltésű,* $m=5\cdot10^{-6}$ kg *tömegű apró testet vízszintesen,* d *lemeztávolság fele magasságában a homogén térbe belőni, hogy az egyik kondenzátorlemezt* $h=12$ cm *távolságban érje el?*

1988-10-321-2.eps

2. ábra

Megoldás. A térerő $E=60\,000$ V/0,03 m $=2\cdot10^6$ V/m $=2\cdot10^6$ N/C. Az apró testre ható erő $F=QE=$ 8000 newton. Az erővonalak irányában létrejövő gyorsulás $a=F/m=1,6\cdot10^9$ m/s^2. Az erővonalak irányában megteendő távolság $0,015=1,6\cdot10^9\cdot t^2/2$. A mozgás ideje innen $t=4,33\cdot10^{-6}$ s. A vízszintesen megteendő távolság 0,12 m$=v\cdot 4,33\cdot10^{-6}$ s. A keresett sebesség: $v=27\,714$ m/s.

3. *Az* 1 méter *hosszú, mindkét végén zárt csőben* 0,5 méter *hosszú higanyoszlop van (3. ábra). Amikor a cső nyugalomban van, akkor a jobb oldali* 0,5 méter *hosszú részben* 10^5 Pa *nyomású levegő van. A higany sűrűsége* 13,6 g/cm^3.

a) Hol helyezkedik el a higany a csőben, amikor az vízszintes síkban az OO *függőleges tengely körül* $1,154$ s^{-1} *fordulatszámmal forog?*

b) Vizsgáljuk meg az egyensúlyi helyzet stabilitását!

1988-10-322-1.eps

3.a ábra

1988-10-322-2.eps

3.b ábra

Megoldás. x jelenti a higanyoszlop eltolódását méterben számítva. Az A m^2 alapterületű, 0,5 m hosszú higanyoszlop tömege $0,5 \cdot A \cdot 13\,600$ kg. Forgáskor a levegő nyomása p Pa, a levegő térfogata $(0,5-x)A$ m^3. $\omega = 2\pi \cdot 1,154 = 7,247\ \mathrm{s}^{-1}$. A higany közepes távolsága a tengelytől $(x+0,25)$ méter. A higanyt a körpályára kényszerítő erő:

$$F_1 = 0,5 \cdot A \cdot 13\,600 \cdot \omega^2 \cdot (x+0,25).$$

Az elzárt levegőre alkalmazva Boyle-Mariotte törvényét:

$$10^5 \cdot 0,5 \cdot A = p(0,5-x)A.$$

Az elzárt levegő nyomóereje:

$$F_2 = Ap = \frac{0,5 \cdot 10^5 \cdot A}{0,5-x}.$$

Ha $x=0$, akkor $F_1 = 89\,280 \cdot A$ kisebb, mint $F_2 = 10^5 \cdot A$. Következésképpen az $x=0$ egy egyensúlyi helyzet, amely $F_1 < F_2$ miatt stabil. Ha $x>0$, akkor $F_1 = F_2$ jelent egyensúlyt:

$$0,5 \cdot A \cdot 13\,600 \cdot \omega^2 \cdot (x+0,25) = \frac{0,5 \cdot 10^5 \cdot A}{0,5-x}.$$

Rendezve: $0,5 \cdot x^2 - 0,125 \cdot x + 0,0075 = 0$. Megoldása: $x_1 = 0,15$ méter, $x_2 = 0,1$ méter.

1988-10-322-3.eps

4. ábra

A körmozgáshoz szükséges erő a távolsággal lineárisan növekszik (4. ábra): $3,57 \cdot 10^5 \cdot A \cdot x + 0,893 \cdot 10^5 \cdot A$. A levegő nyomóereje hiperbola-függvény szerint változik: $\dfrac{0,5 \cdot 10^5 \cdot A}{0,5-x}$.

Az egyensúlyi helyzeteket az egyenes és a hiperbola metszéspontjai jelentik. Az $x_1 = 0,1$ méter labilis egyensúlyi helyzetet jelent, mert ha a higany például kifelé mozdul el, akkor a levegő nyomása kisebb, mint ami a szükséges erő a körmozgás számára, a higany tovább megy kifelé, amíg el nem éri az $x_2 = 0,15$ méternél a stabilis egyensúlyi helyzetet. Amennyiben a szögsebesség nagyobb, az egyenes emelkedik. $\omega = 7,67\ \mathrm{s}^{-1}$ esetében a labilis egyensúlyi helyzet $x_1 = 0$, a stabilis $x_2 = 0,25$ m. Kisebb szögsebességnél $\omega = 7,231\ \mathrm{s}^{-1}$ esete érdekes. Ekkor az egyenes érinti a hiperbolát, egyetlen egyensúlyi helyzet van $x = 0,125$ méternél. Ez az egyensúlyi helyzet kifelé történt elmozdulás esetében stabilis, befelé történő elmozdulás esetében labilis, a higany benyomódik a tengelyig. Még kisebb szögsebesség esetében a higany ott marad a tengelynél. Ezért az $x = x_2$ egyensúlyi helyzet úgy nem jöhet létre, hogy a csövet nyugalmi állapotból kiindulva kezdjük mindig gyorsabban forgatni, ilyenkor a higany az $x=0$ egyensúlyi helyzetben marad.

4. *Egy* $r = 1$ méter *sugarú,* $m = 5$ kg *tömegű abroncs kerületére ugyancsak* $m = 5$ kg *tömegű nehezéket erősítettünk (5. ábra). Az abroncsot vízszintes síkra helyezzük. A súrlódás elhanyagolható.* $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$. *Kezdő helyzetben a nehezék legfelül van. Ekkor az abroncsot elengedjük.*

a) Mekkora az abroncs középpontjának a gyorsulása, amikor a nehezék a középponttal egyező magasságban van?

b) Mekkora erővel nyomja ekkor az abroncs a talajt?

1988-10-323-1.eps

5. ábra

1988-10-323-2.eps

6. ábra

Megoldás. A súlypont a rádiusz felében van (6. ábra). A súlypont függőleges egyenes mentén mozog lefelé, sebessége v_N, gyorsulása a_N (mindkettő függőleges irányban). A középpont sebessége v, gyorsulása a (mindkettő vízszintes irányban). A szögsebesség ω, a szöggyorsulás β. A pillanatnyi sebességek α függvényében:

$$v_N = \omega \cdot \frac{r}{2} \cdot \sin\alpha, \quad v = \omega \cdot \frac{r}{2} \cdot \cos\alpha.$$

A súlypont körüli tehetetlenségi nyomaték $\Theta = 1,5 \cdot m \cdot r^2$. Az energiamegmaradás törvénye szerint:

$$2mg \cdot \frac{r}{2}(1-\cos\alpha) = \frac{2mv_N^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot \Theta.$$

Ezekből az egyenletekből megkapjuk a sebességeket mint a szög függvényét:

$$v_N = \sin\alpha = \sqrt{\frac{gr(1-\cos\alpha)}{4-\cos^2\alpha}},$$
$$v = \cos\alpha\sqrt{\frac{gr(1-\cos\alpha)}{4-\cos^2\alpha}},$$
$$\omega = \sqrt{\frac{4g(1-\cos\alpha)}{r(4-\cos^2\alpha)}}.$$

A forgás törvénye szerint: $F\cdot\frac{r}{2}\cdot\sin\alpha = \beta\Theta$, a súlypont lineáris mozgására nézve: $2ma_N = 2mg - F_1$, a súlypont függőleges gyorsulása: $a_N = \omega^2\cdot\frac{r}{2}\cdot\cos\alpha + \frac{r}{2}\cdot\beta\cdot\sin\alpha$. Az egyenletrendszer megoldása:

$$F = 2mg\cdot\frac{3(4-2\cos\alpha+\cos^2\alpha)}{(4-\cos^2\alpha)^2},$$

$$\beta = \frac{F\sin\alpha}{3mr},\quad a_N = g - \frac{F}{2m}.$$

A feladatban szereplő hat mennyiségnek α szögtől való függését mutatja a 7. ábra.

1988-10-324-1.eps

7. ábra

A feladat kérdéseire megkapjuk a választ, ha α helyébe 90°-ot helyettesítünk:

$$a = -5\ \mathrm{m/s}^2,\quad F = 75\ \text{newton};$$

továbbá $\alpha = 90°$-hoz tartozóan $\omega = \sqrt{10}\ \mathrm{s}^{-1} = 3,16\ \mathrm{s}^{-1}$, $\beta = 1,25\ \mathrm{s}^{-2}$, $v = 0$, $v_N = \sqrt{10}/2\ \mathrm{m/s} = 1,58\ \mathrm{m/s}$, $a_N = 2,5\ \mathrm{m/s}^2$.

Ha csak a feladat numerikus kérdéseire akarunk válaszolni, akkor sokkal hamarabb érünk célt, ha azonnal a 90°-hoz tartozó értékekkel írjuk fel az egyenleteket.

A II. forduló feladatai a II. és III. kategóriában

1. *Egy rugó nyújtatlan hossza* $L_0 = 0,6$ méter, *rugóállandója* $D = 80$ N/m *(8. ábra). A rugó alsó végét a talajon fekvő* $m = 2$ kg *tömegű testhez erősítjük, felső végét a test felett tartjuk a rugó nyújtatlan állapotában* 0,6 méter *magasan. Ezután a rugó felső végét* $v_0 = 0,5$ m/s *állandó sebességgel emeljük.* $g = 10\ \mathrm{m/s}^2$.

a) Milyen magasan van a test 1,75 másodperc *múlva?*

b) Mennyi munkát végeztünk ez alatt?

c) A teljesítmény az idő milyen függvénye szerint változik?

1988-10-324-2.eps

8. ábra

Megoldás. A test 0,5 s múlva válik el a talajtól, ekkor lesz a rugóerő 20 newton. Most a megnyúlás 0,25 méter. A kéz magassága mint az idő függvénye (9.ábra):

$$S = 0,6 + 0,5\cdot t.$$

1988-10-325-1.eps

9. ábra

0,5 másodperckor egy rezgés indul meg, szögsebessége $\omega = \sqrt{D/m} = \sqrt{40} = 6,32\ \mathrm{s}^{-1}$, rezgésideje $T \approx 1$ s. A rezgés legnagyobb sebessége $0,5 = \omega r$, innen az amplitúdó $r = 0,5/\omega = \sqrt{40}/80 = \frac{\sqrt{10}}{40} = 0,079$ m.

A 0,5 s múlva érvényes függvények:

a test magassága: $s = 0,5(t-0,5) - \frac{\sqrt{10}}{40}\sin\left[\sqrt{40}(t-0,5)\right]$,

a rugó hossza: $H = S - s = 0,85 + \frac{\sqrt{10}}{40}\sin\left[\sqrt{40}(t-0,5)\right]$, a rugó nyúlása: $N = H - L_0 = 0,25 + \frac{\sqrt{10}}{40} \sin\left[\sqrt{40}(t-0,5)\right]$,

a test sebessége: $v = 0,5 - 0,5 \cdot \cos\left[\sqrt{40}(t-0,5)\right]$.

a) Az s képletébe való behelyettesítéssel, $t = 1,75$ s-kor $s = 0,546$ méter.

b) $t = 1,75$ s-kor a test sebessége $v = 0,53$ m/s, a rugó megnyúlása $N = 0,329$ méter.

Az emelés munkája $mgs = 10,92$ joule. A rugónyújtás munkája $DN^2/2 = 4,33$ joule. A mozgási energia megszerzéséhez szükséges $mv^2/2 = 0,28$ joule. A teljes munkavégzés ezek összege: $15,53$ joule.

c) A pillanatnyi teljesítmény $P = v_0F$. $0,5$ s-ig csak rugónyújtás van, ekkor az erő $F = Ds = Dv_0t$, a teljesítmény $P = Dv_0^2t = 20t$. $0,5$ s után az erő $F = DN$. A teljesítmény: $P = 10 + \sqrt{10}\sin\left[\sqrt{40}(t-0,5)\right]$.

2. *Adva van egy kettős dugattyúrendszer a 10. ábra szerinti elrendezésben. A falak és a dugattyúk hőszigetelők. Kezdetben a három térrész mindegyikében a levegő nyomása* $20\ \mathrm{N/cm^2}$, *a hőmérséklet* $0°$ C. *A bal oldali térrészben elhelyezett izzószálat rövid ideig fűtjük, ennek következtében a dugattyúk* 5 cm-*rel jobbra tolódnak.*

a) Mekkorák a kialakult új nyomások?

b) Mennyi hőt adott át az izzószál?

A levegő sűrűsége normál állapotban $1,3\ \mathrm{dm^3}$, *fajhője állandó térfogaton* $0,7$ J/gK, *állandó nyomáson* $0,98$ J/gK.

1988-10-325-2.eps

10. ábra

Megoldás. A fajhőhányados $0,98/0,7 = 1,4 = \kappa$. Az adiabatikus változás törvénye szerint a nyomások a jobb oldali részben:

$$p_3 = 20 \cdot \left(\frac{2}{1,5}\right)^{1,4} = 29,92\ \mathrm{N/cm^2},$$

a középső részben

$$p_2 = 20 \cdot \left(\frac{4}{2,5}\right)^{1,4} = 38,62\ \mathrm{N/cm^2}.$$

A bal oldali rész nyomását a dugattyúrendszer egyensúlyából kell kiszámítani, mert itt a változás nem adiabatikus:

$$p_1 \cdot 4 + 38,62 \cdot 1 = 38,62 \cdot 4 + 29,92 \cdot 1,$$

innen

$$p_1 = 36,44\ \mathrm{N/cm^2}.$$

A hőmérsékleteket az általános gáztörvényből számítjuk ki:

$$T_1 = \frac{273 \cdot 36,44 \cdot 6}{20 \cdot 4} = 746,11\ \mathrm{K},\ \mathrm{T}_2 = \frac{273 \cdot 38,62 \cdot 2,5}{20 \cdot 4} = 329,48\ \mathrm{K},$$

$$T_3 = \frac{273 \cdot 29,92 \cdot 1,5}{20 \cdot 2} = 306,31\ \mathrm{K}.$$

A gázok tömegei: $m_1 = 4 \cdot 2 \cdot 1,3 = 10,4$ gramm, $m_2 = 4 \cdot 2 \cdot 1,3 = 10,4$ gramm, $m_3 = 2 \cdot 2 \cdot 1,3 = 5,2$ gramm.

A hőfokváltozások: $\Delta T_1 = 746,11 - 273 = 473$ K, $\Delta T_2 = 329,48 - 273 = 56,48$ K, $\Delta T_3 = 306,31 - 273 = 33,31$ K. Az energianövekedések: $0,7 \cdot 10,4 \cdot 473,11 = 3444,2$ joule, $0,7 \cdot 10,4 \cdot 56,48 = 411,2$ joule, $0,7 \cdot 5,2 \cdot 33,31 = 121,2$ joule. Az összes levegő belső energiájának növekedése ezek összege:

$$\Delta E = 344,2 + 411,2 + 121,2 = 3976,6\ \text{joule}.$$

Mivel nincs munkavégzés, ezért ennyi hőt kellett beadni:

$$\Delta Q = 3976,6\ \text{joule}.$$

3. *A* $AB = 0,02$ tesla *indukciójú homogén mágneses térben ugyanazon az erővonalon két pont van egymástól* $\overline{XY} = L = 10$ cm *távolságban (11. ábra). Az* X *ponton* 800 volt *feszültséggel felgyorsított elektron halad át, sebessége az erővonalakkal* α *szöget zár be. Mekkora legyen az* α *szög, hogy az elektron* Y *ponton is áthaladjon? Az elektron töltése* $1,6 \cdot 10^{-19}$ coulomb, *tömege* $9 \cdot 10^{-31}$ kg.

1988-10-326-1.eps

11. ábra

Megoldás. Az elektron sebessége $QU = mv^2/2$ alapján $v = 1,686 \cdot 10^7$ m/s. A $BQv \sin \alpha$ Lorentz-erő biztosítja a körpályán tartáshoz szükséges $mv^2 \sin^2 \alpha/r$ erőt:

$$BQv \sin\ \alpha = mv^2 \sin^2\ \alpha\ /r,$$

innen a kör sugara:

$$r = \frac{mv \sin \alpha}{BQ}.$$

Az elektron $v \sin \alpha$ sebességgel ezt a kört $T = 2\pi m/BQ = 1,766 \cdot 10^{-9}$ s alatt futja körül, akármerre indul is.

Az L távolság megtevésének ideje $L/v \cos \alpha$, ez T-nek egész számú többszöröse kell, hogy legyen.

$$\frac{L}{v \cos \alpha} = n \cdot \frac{2\pi m}{BQ},$$

innen

$$\cos \alpha = \frac{1}{n} \cdot \frac{BQL}{2\pi mv} = \frac{3,358}{n}.$$

Az $\alpha = 0$ triviális esetet kivéve legalább 4 körülfordulásnak kell végbemennie:

$$n = 4, \quad \cos \alpha = 0,8395, \quad \alpha = 32,91^\circ,$$
$$n = 5, \quad \cos \alpha = 0,6716, \quad \alpha = 47,81^\circ \quad \text{stb.}$$

A III. forduló

A harmadik (kísérleti) fordulóban a versenyzőknek megfigyelésük alapján meg kellett becsülni azt az áramerősséget, amely a szupravezető anyagmintában folyik, amikor egy kis, 0,05 gramm tömegű mágnest tart lebegve.

Az 1988. évi verseny eredménye

II. kategória

1. díj: Drasny Gábor (Budapest, Fazekas M. G. IV. o. t., tanára: Horváth Gábor)
2. díj: Keleti Tamás (Budapest, Fazekas M. G. IV. o. t., tanára: Horváth Gábor)
3. díj: Andrejkovics István, (Debrecen, Tóth Árpád G. IV. o. t., tanára: Kovács Miklós)

A további helyezettek: 4. *Bartucz János* (Budapest, I. István G. IV. o. t., t.: Cseh Géza). 5. *Bordás Ferenc* (Szeged, Radnóti M. G. III. o. t., t.: Dudás Zoltánné és Győri István). 6. *Asztalos Balázs* (Budapest, I. István G. IV. o. t., t.: Cseh Géza). 7. *Tavaszi Gábor* (Miskolc, Földes F. G. IV. o. t., t.: Dolák Gabriella és Zsudel László). 8. *Lencse Gábor* (Győr, Révai M. G. III. o. t., t.: Jagudits György és Takács István). 9. *Késmárki Szabolcs* (Kecskemét, Bányai J. G. III. o. t., t.: Borsos Ferenc).

Elsőfokú dicséretet 7, másodfokú dicséretet 24 versenyző kapott.

III. kategória

1. díj: Miskolczi Norbert (Pécs, Leöwey K. G. IV. o. t., t.: Simai Margit)
2. díj; Hauer Tamás (Budapest, Apáczai Cs. J. G. IV. o. t., t.: Kelemen László)
3. díj: Csáki Csaba (Budapest, Apáczai Cs. J. G. IV. o. t., t.: Kelemen László)

A további helyezettek: 4. *Walkensdorfer Péter* (Székesfehérvár, József A. G. IV. o. t., t.: Perepatitsné Majorovics Margit). 5. *Kullai Gábor* (Budapest, Apáczai Cs. J. G. IV. o. t., t.: Zsigri Ferenc). 6. *Rösner Vilmos* (Budapest, Apáczai Cs. J. G. IV. o. t., t.: Kelemen László). 7. *Bodrogi Péter* (Miskolc, Földes F. G. IV. o. t., t.: Zámborszky Ferenc és Szepessy Zoltánné). 8. *Kégl Balázs* (Budapest, Apáczai Cs. J. G. IV. o. t., t.: Zsigri Ferenc). 9. *Lakó Sándor* (Kecskemét, Katona J. G. IV. o. t., t.: Szablics Bálint). 10. *Kiss Tamás* (Budapest, József A. G. IV. o. t., t.: Tóth Eszter).

Elsőfokú dicséretet 10, másodfokú dicséretet 18 versenyző kapott.