

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 1987. október 17-én rendezte 64-ik versenyét Budapesten és 12 vidéki városban az abban az évben érettségizettek és középiskolai tanulók részére. A versenyzők 5 órai munkaidő alatt oldhattak meg három fizikai feladatot. Bármely segédeszköz használata megengedett volt. A versenyen 267 dolgozatot adtak be. Ismertetjük a feladatokat és a verseny eredményét.

*

1. *Különböző hajlásszögű lejtőkről golyót gurítunk le. A lejtők magassága egyenlő. A csúszó súrlódási együttható $\mu = 0,1$. Mekkora hajlásszögű lejtőnél fejlődik a legtöbb meleg?*

Megoldás. Vizsgáljuk meg a legurulást egy súrlódásos lejtőn (1. ábra). Használjuk ezt a jelölést: $\Theta/mr^2 = k$. Itt m a guruló test tömege, r a sugara és Θ a tehetetlenségi nyomaték a középpontra vonatkoztatva. Ezzel a jelöléssel eredményeink bármilyen alakú test esetében használhatók lesznek.

1988-02-081-1.eps

1. ábra

Amikor a súrlódó felületek elmozdulnak egymáshoz képest, akkor jön létre a legnagyobb súrlódási erő: $\mu mg \cos \alpha$, az emiatt keletkező maximálisan lehetséges szöggyorsulás:

$$\beta = \frac{\mu mgr \cos \alpha}{\Theta}.$$

A kerületi pont gyorsulása a forgás következtében maximálisan $\mu g \cos \alpha/k$. A megcsúszás határesetében és azután a középpont lineáris gyorsulása $g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$. A megcsúszás határesetében ez egyenlő a kerületi pont gyorsulásával:

$$g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = \frac{\mu g \cos \alpha}{k}.$$

Ebből következik, hogy annak a lejtőnek az α_h hajlásszöge, amelynél a megcsúszás kezdődik:

$$\operatorname{tg} \alpha_h = \mu \left(\frac{1+k}{k} \right).$$

A mi esetünkben $\mu = 0,1$ és $k = 0,4$, $\operatorname{tg} \alpha_h = 0,35$, $\alpha_h = 19,3^\circ$.

Mindaddig, amíg a lejtő ennél nem meredekebb, és sima legördülés megy végbe, a súrlódási erő nem végez munkát, nem fejlődik hő. Megvizsgáljuk a mozgás lefolyását meredekebb lejtő esetében. Ekkor a középpont lineáris gyorsulása:

$$a_c = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

A leérés ideje a $h/\sin \alpha$ hosszúságú lejtőn:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g \sin \alpha (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}}.$$

A középpont végsebessége:

$$v = \sqrt{2gh \left(1 - \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right)}.$$

Eközben $\mu mg \cos \alpha$ súrlódási erő forgat, a forgás szöggyorsulása $\beta = \mu mg \cos \alpha/\Theta$, a kerületi pontnak a forgáshoz tartozó gyorsulása:

$$a_f = \frac{\mu g \cos \alpha}{k}.$$

A forgás szögsebessége leéréskor:

$$\omega = \beta t = \frac{\mu mgr \cos \alpha}{\Theta} \sqrt{\frac{2h}{g \sin \alpha (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}}.$$

1988-02-082-1.eps

2. ábra

A 2. ábra első rajza a súrlódási erőt és a gyorsulásokat tünteti fel a lejtő hajlásszögének függvényében. A fejlődött hő kiszámítása kétféle eljárással lehetséges.

I. A súrlódási erő munkáját a súrlódási erő és az ún. köszörülési út szorzata adja meg. A köszörülési út a középpont útjának és a kerületi pont forgás következtében megtett útjának a különbsége. A kerületi pontnak a forgáshoz tartozó útja:

$$\frac{a_f}{2} \cdot t^2 = \frac{\mu \cdot h \cos \alpha}{k(\sin \alpha(\sin \alpha - \mu \cos \alpha))}.$$

A köszörülési út:

$$\frac{h}{\sin \alpha} \left[1 - \frac{\mu \cos \alpha}{k(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} \right].$$

Megszorozva $\mu mg \cos \alpha$ súrlódási erővel, megkapjuk a fejlődött hőt:

$$Q = \mu m \cdot gh \cdot \frac{k \operatorname{tg} \alpha - \mu(1+k)}{k \operatorname{tg} \alpha(\operatorname{tg} \alpha - \mu)}.$$

II. Megvizsgáljuk, hogy a lejtő aljára érve a haladásban és a forgásban levő mozgási energia összege mennyivel kevesebb, mint a kezdeti mgh helyzeti energia. A haladó mozgáshoz tartozó mozgási energia a lejtő alján:

$$E_c = \frac{mv^2}{2} = mgh \left(1 - \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right).$$

A forgáshoz tartozó mozgási energia a lejtő alján:

$$E_f = \frac{\omega^2 \Theta}{2} = mgh \frac{\mu^2}{\operatorname{tg} \alpha(\operatorname{tg} \alpha - \mu)k}.$$

Az összes mozgási energia:

$$E_{\Sigma} = E_c + E_f = mgh \cdot \left[1 - \frac{\mu k \operatorname{tg} \alpha - \mu^2(1+k)}{k \operatorname{tg} \alpha(\operatorname{tg} \alpha - \mu)} \right].$$

Az elveszett mozgási energiából lett hő:

$$Q = mgh - E_{\Sigma} = \mu \cdot mgh \frac{k \operatorname{tg} \alpha - \mu(1+k)}{k \operatorname{tg} \alpha(\operatorname{tg} \alpha - \mu)}.$$

A 2. ábra legalsó két rajza mutatja az energiák és a fejlődött meleg függését a lejtő hajlásszögétől. A fejlődött hő azon α_m hajlásszögű lejtőnél maximális, amelyre nézve:

$$\operatorname{tg} \alpha_m = \mu \frac{1+k+\sqrt{1+k}}{k}.$$

A mi feladatunkban $\mu = 0,1$ és $k = 0,4$, ekkor

$$\operatorname{tg} \alpha_m = \frac{7+\sqrt{35}}{20} = 0,6458, \quad \alpha_m = 32,85^\circ.$$

A maximális hőfejlődés:

$$Q_m = mgh \frac{2+k-2\sqrt{1+k}}{k}.$$

A mi esetünkben $Q_m = mgh \left(\frac{2,4-2\sqrt{1,4}}{0,4} \right) = 0,0839 mgh$.

Érdekes körülmény, hogy a súrlódási együtthatótól függetlenül a maximális esetben fejlődött meleg mindig ugyanannyi, csak a gördülő test alakjától függ.

2. Egy henger terét egy dugattyú választja ketté (3. ábra). Minden alkatrész jó hővezető és a hőmérséklet 100°C . A bal oldali 1 dm^3 -es részben hélium van. A jobb oldali 1 dm^3 -es részben vízgőz és $0,588$ gramm folyékony víz van. A nyomás 1 atmoszféra (10^5 Pa). Ezután változtatjuk a hőmérsékletet a lehető legalacsonyabbtól a legmagasabbig. Vizsgáljuk meg, hogyan függ a dugattyú helyzete a hőmérséklettől?

Megoldás. Amíg a jobb oldali részben folyékony víz van jelen, addig a hélium nyomása is az adott hőmérséklethez tartozó telített vízgőznyomás. 373 K-en a mólterfogat $373 \cdot 22,4 : 273 = 30 \text{ dm}^3$. Az 1 dm^3 -es kezdeti térfogat 373 K-en $1 : 30,6 = 0,0327$ mól jelent. Ez vízgőz esetében $0,0327 \cdot 18 = 0,588$ gramm. A folyékony víz, illetve jég térfogata elhanyagolható.

Amennyiben a hőmérséklet kezd 100°C alá süllyedni, a nyomás kisebb lesz, de a hélium nemcsak a kisebb nyomás, de az alacsonyabb hőmérséklet miatt is kiterjed. A héliumra nézve a gáztörvény:

$$pV = nRT, \text{ ami a mi esetünkben } n = 0,0327 \text{ mol,} \\ R = 0,082 \text{ J/K, } p \text{ atmoszféra, } V \text{ dm}^3.$$

Ebből a gáztörvényből következően a hélium térfogata a nyomástól így függ:

$$V = 0,002681 \cdot \frac{T}{p}.$$

Táblázatok tartalmazzák, hogy a különböző hőmérsékleteken mennyi a tenzió, ezek hányadosából következik a hélium térfogata. Tehát fel kell rajzolni, hogy különböző hőmérsékleteken mennyi a hélium térfogata (4. ábra).

1988-02-084-1.eps

4. ábra

Keressük, lehűléskor mikor éri el a hélium a lehető legnagyobb, vagyis 2 dm^3 térfogatát. Ez kb. 80°C -on következik be, akkor a dugattyú a henger jobb oldali szélén van, alatta milliméteres rétegben folyékony víz. Ez az állapot 80°C -nál kisebb hőmérsékleten is így marad.

100°C -nál melegebb hőmérsékleten a folyékony víz egy része elpárolog, a gőz telített marad. Akkor, amikor a folyékony víz éppen elpárolgott, a jobb oldali részben kétszer annyi gázmolekula van, mint a bal oldaliban, tehát az egész henger térfogatán a hélium és a vízgőz $1 : 2$ arányban osztoznak, a hélium térfogata $6,67 \text{ dm}^3$. A görbéről leolvasható, hogy ez az állapot kb. 113°C -on következik be. Tovább emelve a hőmérsékletet a dugattyú változatlanul ezen a helyen marad.

3. Egy kartonhengertől meghatározott távolságra vékony fonálra egy lágyvas darabkát függesztünk (5. ábra). A hengerre huzalból tekercset csévélünk és erre egy meghatározott váltófeszültséget kapcsolunk. A vasdarabka kissé elmozdul. Hogy a hatást megnöveljük, a hengerre kétszer annyi menetet csévélünk. Mit fogunk tapasztalni?

1988-02-084-2.eps

5. ábra

Megoldás. A vasdarabkára kifejtett hatás a tekercs ampermenetszámától függ. Menetszám megkétszerezése az ampermenetszámot kétszerezné és erősebb hatást okozna. De a tekercs induktivitása és emiatt váltóáramú ellenállása a menetszám négyzetével növekszik. Így a menetszám kétszerezése negyedrészt csökkenti az áramerősséget, ami a fokozott menetszám ellenére a hatás csökkenését jelentené.

A verseny eredménye

A bizottság első díjat nem adott ki. *II. díjat* hárman kaptak egyenlő helyezéssel: *Gyuris Viktor* honvéd, aki Budapesten a Fazekas Mihály Gimnáziumban érettségizett mint Horváth Gábor tanítványa; *Nagy Gergely* a Budapesti Műszaki Egyetem hallgatója, aki Budapesten a József Attila Gimnáziumban érettségizett mint Sarkadi Ildikó tanítványa és *Páczelt Ferenc* honvéd, aki Budapesten a Mórlics Zsigmond Gimnáziumban érettségizett mint Sikó Attiláné tanítványa.

III. díjat öten kaptak egyenlő helyezéssel: *Cynolter Gábor* honvéd, aki Budapesten a Fazekas Mihály Gimnáziumban érettségizett mint Horváth Gábor tanítványa; *Fucskár Attila* a budapesti Kaffka Margit Gimnázium IV. o. tanulója, tanára Jánosi Ilona; *Jakab Péter* a szolnoki Versegly Ferenc Gimnázium IV. o. tanulója, tanára Sebestyén István; *Kégl Balázs* a budapesti Apáczai Csere János Gimnázium IV. o. tanulója, tanára Zsigri Ferenc és *Kiss Tamás* a budapesti József Attila Gimnázium IV. o. tanulója, tanára Tóth Eszter.

Dicséretet ketten kaptak egyenlő helyezéssel: *Derényi János* a győri Révai Miklós Gimnázium IV. o. tanulója, tanára Székely László és *Lang András* a győri Révai Miklós Gimnázium IV. o. tanulója, tanárai Székely László, Bőnyi Mihály és Jagurits György.

A bizottság megállapította, hogy két versenyző szép dolgozata csak kevéssel maradt el a nyertesek teljesítménye mögött. E dolgozatok szerzői: *Balogh Péter* a budapesti ELTE TTK fizikus hallgatója (Mezőkövesden érettségizett az I. László Gimnáziumban mint Rácz György tanítványa) és *Szokoly Gyula* honvéd (Budapesten érettségizett a Fazekas Mihály Gimnáziumban mint Horváth Gábor tanítványa).