Írjuk fel a $P\left(a;\,\dfrac{1}{a}\right)$ ponton átmenő érintő egyenletét. Az $\dfrac{1}{x}$ függvény deriváltja $-\dfrac{1}{x^2}$, így $P\left(a,\,\dfrac{1}{a}\right)$-ban az érintő iránytangense $-\dfrac{1}{a^2}$. Az érintő egyenlete tehát $y=-\dfrac{1}{a^2}x+\dfrac{2}{a}$. Eszerint az érintő a tengelyeket a $(2a;\,0)$, illetve a $\left(0,\,\dfrac{2}{a}\right)$ pontban metszi. Ebből $t(a)=\dfrac{1}{2}\cdot 2a\cdot\dfrac{2}{a}=2$. (Ez az eredmény a geometriából is jól ismert.)

A fenti számolás mutatja, hogy a $P$ érintési pont felezi a $(0,\,0)$, $(2a,\,0)$, $\left(0,\,\dfrac{2}{a}\right)$ derékszögű háromszög átfogóját. A $P$-ben emelt merőleges ehhez hasonló háromszöget vág le, és a hasonlóság aránya $2a:\overline{(2a,\,0)\,P}$. Ezen arány négyzete épp a területekre felírt $t(a)/T(a)$ arány, így a Pitagorasz–tétel szerint

$$t(a)/T(a)=\left(\frac{2a}{\frac{1}{2}\sqrt{(2a)^2+\left(\frac{2}{a}\right)^2}}\right)^2=\frac{4}{1+\frac{1}{a^4}}.$$

Így $\dfrac{t(a)}{T(a)}$ szigorúan monoton növekedő függvénye $a$-nak, amely $a=1$ mellett az $[1,\,+\infty]$ félegyenesen a minimális 2 értéket veszi fel és maximuma nincs (bár felülről korlátos), $+\infty$-ben 4 a határértéke.