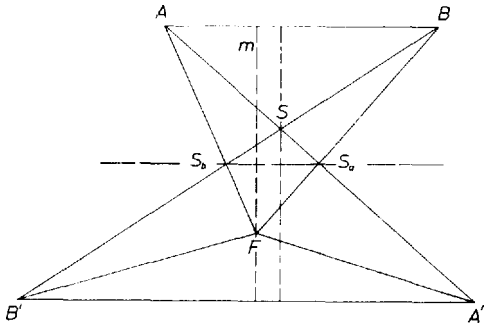
Áz állítást azzal bizonyíthatjuk be, hogy az $A'B'CD = T'$ tetraéder térfogata mindig 5/9 része az $ABCD = T$ tetraéder térfogatának. Jelöljük az A-val szemben levő BCD lap súlypontját S_a-val, az ACD lap súlypontját S_b-vel, a CD él felezőpontját F-fel. Így FA, FB az ACD, illetve BCD lap egyik-egyik súlyvonala, azért S_b rajta van az FA-n, S_a pedig FB-n, tehát S_b, S_a és a velük B' és A' is benne van az $FAB = \Sigma$ síkban.



Gondoljuk kettémetszve T-t is, T'-t is a Σ síkkal, a metszet az FAB, ill. $F'A'B'$ háromszög. Az $FABC$ és $FABD$ tetraéderek térfogata egyenlő, mert alapsíknak a közös FAB lapjukat véve, magasságaik is egyenlők, hiszen F megválasztása folytán C és D egyenlő távolságra van Σ-tól, ennek két oldalán. Ugyanígy egyenlő T' két részének, $FA'B'C$-nek és $FA'B'D$-nek a térfogata is. És mivel e négy résznek a Σ-ra merőleges magasságai egyenlők, állításunk egyenértékű azzal, hogy az $FA'B'$ alaphárom szög területe egyenlő az FAB alapterületének 5/9 részével. Feladatunk ezáltal síkbeli feladattá egyszerűsödött.

Az AS_a és BS_b egyenesek S metszéspontja (ami egyébként a T súlypontja) negyedeli az AS_a, BS_b szakaszt, mert benne van az ABS_aS_b négyszögben, továbbá $FS_b : FA = FS_a : FB = 1 : 3$ alapján $S_aS_b || AB$ és $S_aS_b = AB/3$, az SS_aS_b háromszög 1/3 arányú kicsinyített képe az SAB háromszögnek, $SS_a = SA/3$. Továbbmenve $SA' = SS_a + S_aA' = SS_a + S_aA = SS_a + 4SS_a = 5SS_a$, és ugyanúgy $SB' = 5\,SS_b$; ezért $A'B' || S_aS_b || AB$, és $A'B' = 5\,S_aS_b = 5AB/3$.

Az FAB háromszög F-ből húzott magasságát m-mel jelölve F és S távolsága az S_aS_b egyenestől (ennek két oldalán) $\frac{m}{3}$, illetve $\frac{1}{4} \cdot \frac{2m}{3} = \frac{m}{6}$, tehát az $A'B'$ egyenestől az S pont $\frac{5m}{6}$, az F pont pedig $\frac{5m}{6} - \frac{m}{6} - \frac{m}{3} = \frac{m}{3}$ távolságra van.

Így az $A'B'F$ háromszög területe:

$$\frac{1}{2}\frac{5AB}{3} \cdot \frac{m}{3} = \frac{5}{9} \cdot \frac{ABm}{2}$$

Állításunkat bebizonyítottuk, ez pedig tartalmazza a feladat állítását, hiszen $5/9 > 1/2$.