1. a) $x=\dfrac{4}{3}$; b) $x \leqq -4$ vagy $0 \leqq x < \dfrac{4}{3}$; c) $x > \dfrac{4}{3}$.

2. Az átlók hossza $\sqrt{\dfrac{44}{3}}$, illetve $\sqrt{\dfrac{19}{3}}$ egység.

3. Mindkét egyenlet valamire nézve másodfokú. Az egyenletrendszer megoldásai: $x_1 = 2,\ y_1 = 1;\ x_2 = -2,\ y_2 = -1;\ x_3 = \sqrt{3},\ y_3 = -\sqrt{3};\ x_4 = -\sqrt{3},\ y_4 = \sqrt{3}$.

4. Az egyenlet D diszkriminánsa $D = -4(a^2 - 3a) \geqq 0$, ha $0 \leqq a \leqq 3$; ekkor valósak az adott egyenlet gyökei. Most $p(a) = (x_1 - x_2)^2 = (D =) 9 - 4\left(a - \dfrac{3}{2}\right)^2$. Ez $a = \dfrac{3}{2}$ esetén a legnagyobb $\left(0 < \dfrac{3}{2} < 3\right)$, így $p(a)$ legnagyobb értéke 9.

5. Dolgozhatunk paraméter alkalmazásával vagy a megfelelő szerkesztés lépéseit számítással követve. A megoldás során alkalmazhatjuk vektorok 90°-os elforgatását, valamint összeadását.

A feltételeknek két négyzet felel meg :

$B_1(4;\ 6),\ C_1(0;\ 8),\ D_1(-2;\ 4)$, illetve $B_2(4;\ -2),\ C_2(0;\ -4),\ D_2(-2;\ 0)$.

6.

$$x_{1,n} = \frac{\pi}{6} + n \cdot \frac{\pi}{2}, \quad n \in Z, \quad x_{2,k} = \frac{\pi}{3} + k \cdot \frac{\pi}{2}, \quad k \in Z.$$

7. Mivel $q \neq 1$ ($q = 1$ nem felel meg a feltételeknek), ezért $q = -2$, $n = 5$ adódik. A sorozat első n eleme:

$$3,\ -6,\ 12,\ -24,\ 48.$$

8. Ha a gúla alapéle a, magassága m, a kocka éle b, akkor $b = \dfrac{am}{a+m}$, így azt kell igazolni,hogy

$$\left(\frac{am}{a+m}\right)^3 \leqq \frac{4}{9} \cdot \frac{a^2 m}{3}.$$

Ekvivalens átalakításokkal kapjuk, hogy

$$(a + 4m)(2a - m)^2 \geqq 0,$$

így igaz az állítás. Az egyenlőség $m = 2a$ $(3b = 2a)$ esetén teljesül. A feladat differenciálszámítás, valamint három pozitív szám számtani és mértani közepe közötti egyenlőtlenséggel is megoldható.