

1. Határozza meg a valós számok halmazán értelmezett

$$f(x) = \frac{(x^2 - 8x + 8)^2 - 100}{x^2 - 8x + 18}$$

függvény legkisebb értékét.

2. Az ABC háromszögben $AB = 13$; $BC = 14$; $CA = 15$. Legyen M az AB oldal felezőpontja, T pedig a BC oldalhoz tartozó magasságvonal talppontja. Határozza meg az MT szakasz hosszát!

3. Két jármű – v_1 , illetve v_2 sebességgel – az A és B helységek között oda-vissza mozog. Egyszerre indulnak A -ból, illetve B -ből egymással szemben. Mennyi idő múlva találkoznak másodszor pontosan az út felénél, ha $AB = 150$ km, $v_1 = 50$ km/ó, $v_2 = 30$ km/ó.

4. Az ABC háromszögben a CBA szög 72° -os. Legyen F az AC oldal felezőpontja, D pedig a BC oldal B csúcs felé eső harmadolópontja. Az AD és a BF szakaszok a P pontban metszik egymást. Határozza meg a BDP háromszög és a $PDCF$ négyszög területének arányát!

5. Egy derékszögű háromszög átfogója 10 cm, a derékszög szögfelezője $\frac{24\sqrt{2}}{7}$ cm. Mekkora a háromszög kerülete?

6. Oldja meg a következő egyenletet:

$$\sin 3x \cdot \sin 5x + 2 \sin 5x - 2 \sin 3x - 3 = 0.$$

7. Egy parabola A csúcsán áthaladó egyenest forgatunk az A körül, amely másodszor az M pontban metszi a parabolát. Határozza meg az AM húrokon levő azon P pontok halmazát, melyekre fennáll az

$$AP^2 = AM \cdot PM$$

összefüggés.

8. Melyek azok az $(x; y)$ egész számpárok, melyek kielégítik a következő egyenletet:

$$xy + \frac{x}{y} + 2x = 75.$$