

1. Egy négyjegyű szám első jegye 4. Ha az utolsó jegyét töröljük, és ezt a jegyet a megmaradt három jegy elé írjuk, akkor 2826-tal nagyobb számot kapunk. Melyik ez a négyjegyű szám?

2. Egy háromszögben: $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{5}{6}$; $\operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = \frac{20}{37}$. Mekkora $\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}$? Mutassuk meg, hogy $b = (a + c)/2$!

3. P -ből Q -ba elindul egy hajó a folyó folyásával szemben, ugyanakkor Q -ból P -be egy csónak, amely útjának egyharmad részét megtéve találkozik a hajóval. A hajó Q -ban 1 órát várakozik, majd visszafordul, és a csónak előtt 1 órával érkezik P -be. Ha a csónak kétszeresére növelné (állóvízi) sebességét, akkor a hajó előtt 3 órával érkeznek be P -be.

Mennyi idő alatt ért vissza a hajó P -ből P -be?

4. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$(x^2 - 1988^2)^2 - 7952x - 1 = 0.$$

5. Egy C halmaz elemei természetes számok. Az elemek legkisebb közös többszöröse 2210. A halmaz semelyik két eleme nem relatív prím. Az elemek szorzata nem osztható 416-tal. Legfeljebb hány eleme van C -nek és mely számok ezek?

6. A k paraméter milyen értékei mellett van a

$$(k + 10)x^2 - 2(k + 10)(k - 5)x + (k - 5)(k - 18) = 0$$

másodfokú egyenletnek két különböző, egyenlő előjelű gyöke?

7. 66 színész közül bármely kettő játszott már egymással vagy közös színházi előadáson, vagy filmen, vagy tv-játékban, vagy szinkronban, de mindenki mindenkivel csak pontosan egyféle produkcióban. Bizonyítsuk be, hogy van köztük három olyan színész, aki ugyanabban a produkcióban vett részt!

8. Bizonyítsuk be, hogy minden háromszögben

$$r_a + r_b + r_c - r_0 = 4R,$$

ahol r_a , r_b , r_c rendre az a , b , c oldalakhoz hozzáírt kör sugara, r_0 a beírt kör sugara, R a körülírt kör sugara!