

1. Oldja meg a valós számok körében a következőket !

$$a) \frac{4x}{|x-1|} = 2x; \quad b) \frac{x+2}{2x-2} > -3.$$

2. Egy háromszög oldalai olyan mértani sorozatot alkotnak, amelynek hányadosa  $4/3$ . Mekkora a háromszög legnagyobb szöge?

3. Határozza meg a következő három kör középpontján átmenő kör egyenletét!

$$x^2 + y^2 = 4; \quad 3x^2 - 18x + 3y^2 + 12y = 36; \quad x^2 + y^2 + 10x + 4y + 12 = 0.$$

4. Milyen valós  $x$  és  $y$  értékekre teljesül egyszerre a következő két egyenlőség?

$$\sqrt{5^{x-y}} = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-2y}; \quad \log_4(x+y) + \log_4(x-y) = 2.$$

5. Négyzet alapú egyenes gúla alapéle 4, magassága 8 egység. A gúlába olyan félgömböt helyezünk, amelynek körlapja a gúla alapjára illeszkedik és érinti a gúla oldalapjait. Mekkora a gúla és a félgömb térfogatának aránya?

VÁLASZTÁSI LEHETŐSÉG A)

6/A Adott az  $y = 4 - x^2$  parabola. Tekintsük mindazon téglalapokat, amelyek egyik oldala az  $x$  tengelyre illeszkedik, ezzel szemközti csúcsai pedig a parabolára. Határozza meg a legnagyobb kerületű ilyen téglalap oldalait!

7/A Rajzoljuk meg az  $ABC$  háromszög  $AP$  súlyvonalát és  $AQ$  belső szögfelezőjét, ahol  $P$  és  $Q$  illeszkedik a  $BC$  oldalra. Az  $APQ$  kör az  $AB$  oldalt az  $E$ , az  $AC$  oldalt az  $F$  pontban metszi. Bizonyítsa be, hogy  $BE = CF$ !

8/A Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\operatorname{ctg} \frac{2\pi x}{x^2 + x + 1} = \frac{-\sqrt{3}}{3}.$$

VÁLASZTÁSI LEHETŐSÉG B)

6/B A  $p$  mekkora értékére lesz az  $x^2 + (3p - 2)x - 7p - 1 = 0$  egyenletben a gyökök négyzetének az összege a legkisebb?

7/B Egy  $C$  középpontú kört messünk olyan parabolával, amelynek tengelypontja a kör középpontjára,  $F$  fókusza a körvonalra esik. A parabola és a kör metszéspontjait jelölje  $A$  és  $B$ , az  $AB$  egyenes és a parabola szimmetriatengelyének metszéspontját  $E$ . Mutassa meg, hogy az  $FE$  szakasznak és az átmérőnek mértani közepe a  $DE$  szakasz!  $D$  a kör  $F$  ponttal átellenes pontja.

8/B Milyen  $N$  pozitív egész számra igaz, hogy  $N + 1987$  osztója  $N^2 + 1987$ -nek?