

Műszaki egyetemek és főiskolák felvételi feladatai matematikából
1987

Valamennyi felvételiző számára

1. Ha 101 darab, egymást követő páratlan szám összege 12 827, akkor mekkora közülük a legkisebb és a legnagyobb? (9 pont)
2. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletrendszert:

$$x^2 - y^2 = \frac{5}{2}; \quad xy = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

(10 pont)

3. A koordináta-rendszer O kezdőpontjának tükörképe az $A(5; 5)$ pontra O_1 , az O_1 tükörképe a B pontra O_2 , és O_2 tükörképe a $C(1; 7)$ pontra ismét az O kezdőpont. Számítsa ki a B koordinátáit, és bizonyítsa be, hogy az $OABC$ négyszög rombusz!

(13 pont)

4. Az ABC hegyesszögű háromszög AB oldala 16, a hozzá tartozó magasság 12. A háromszögbe olyan egyenlő szárú derékszögű háromszöget írunk, amelynek átfogója párhuzamos AB -vel, derékszögű csúcsa AB -n, másik két csúcsa pedig AC -n, ill. BC -n van. Mekkora a beírt háromszög oldalai?

(13 pont)

5. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\sin x + \cos x = \sin 2x - \frac{1}{2}.$$

(13 pont)

Gimnazisták számára ajánlott

6. Mely x helyeken vesznek fel pozitív értékeket a következő kifejezések:

$$a) 2^x + 2^{-x} - \frac{17}{4}; \quad b) 2 + \log_{1/3}(5x - 1).$$

(13 pont)

7. Az $ABCD$ téglalap AB oldala háromszorosa a BC oldalnak. Egy belső P pont távolsága a B, A, D csúcsoktól rendre $PB = 4\sqrt{2}, PA = \sqrt{2}, PD = 2$. Mekkora a téglalap területe?

(14 pont)

8. Bizonyítsa be, hogy tetszőleges háromszög esetén a háromszög oldalegyeneseit kívülről érintő kör középpontját a háromszögbe írt kör középpontjával összekötő szakasz felezőpontja a háromszög köré írt körön van.

(15 pont)

Szakközépiskolások számára ajánlott

6. Bizonyítsa be, hogy ha az $ax^2 + bx - c = 0$ másodfokú egyenletnél a gyökök négyzetének különbsége $\frac{c^2}{a^2}$ -tel egyenlő, akkor

$$b^4 - c^4 = 4ab^2c.$$

(13 pont)

7. Egy kocka csúcsait az ábrán látható módon jelöltük meg. Legyen a $TUVW$ lap középpontja A , az $UVRQ$ lapé pedig B . Az UV él a PAB síkot az X pontban metszi. Mekkora az $\frac{UX}{XV}$ hányados értéke?

1987-10-292-1.eps

(14 pont)

8. Az x, y, z valós számokra teljesülnek a következő összefüggések:

$$x + y = z - 1, \quad xy = z^2 - 7z + 10.$$

Az x, y, z mely értékei esetén lesz maximális az $x^2 + y^2$ összeg?

(15 pont)