

Az 1986/87 tanévi Hajós György Matematikai Tanulmányi Versenyt az Ybl Miklós Építőipari Műszaki Főiskola rendezte meg Budapesten 1987. március 20-án és 21-én.

Az idei, sorrendben tizenharmadik versenyen 15 csapat 58 tagja vett részt.

A versenyen kitűzött feladatok a következők voltak:

1. Az $x^3 + px + q = 0$ harmadfokú egyenlet együtthatói, p és q egész számok, és az egyenlet egyik gyöke, $x_1 = 2 + \sqrt{7}$. Bizonyítsa be, hogy az egyenlet másik gyöke, $x_2 = -4$. Határozza meg az egyenlet harmadik gyökét!

2. Egy négyzet alapú gúla minden éle „ a ” hosszúságú. Határozza meg annak a síkidomnak a területét, amelynek csúcsai a négyzetlap egyik átlójának két végpontjából kiinduló oldalelek felezőpontjai, valamint ugyanazon átló két végpontjából kiinduló alapélek felezőpontjai!

3. Az a_1, a_2, \dots sorozatot a következőképpen definiáljuk: $a_1 = 5$, $a_{n+1} = a_n^2$, ($n = 1; 2; \dots$). Bizonyítsa be, hogy a_n és a_{n+1} utolsó n jegye megegyezik!

4. Melyek azok a valós f függvények, amelyekre tetszőleges valós x, y esetén igaz, hogy:

$$f(x - y) - f(x)f(y) = f(x) \cos x - \sin x \sin y.$$

5. Egy társaságban minden férfi ismer legalább egy nőt, de egyetlen férfi sem ismer minden nőt, és ugyanúgy minden nő ismer legalább egy férfit, de nem ismer minden férfit. (Az ismeretség kölcsönös.) Bizonyítsa be, hogy kiválasztható a társaság résztvevői közül két férfi és két nő úgy, hogy a két férfi mindegyike a két nő közül csak az egyiket ismeri (és ugyanúgy a két nő mindegyike is csak az egyik férfit ismeri a kettő közül)!

*

A csapatverseny első három helyezettje

1. *Ybl Miklós Építőipari Műszaki Főiskola, Budapest*
2. *MN Kilián György Repülő Műszaki Főiskola, Szolnok*
3. *Kandó Kálmán Villamosipari Műszaki Főiskola, Budapest*

Az egyéni verseny első három helyezettje

1. *Tran Thu Trang (MN Kilián György Repülő MF, Szolnok)*
2. *Domszky Zoltán (Ybl Miklós Építőipari MF, Budapest)*
3. *Bittner János (Könnyűipari MF, Budapest)*