

A 28. Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát Kubában rendezték meg július 5. és 16. között. A vezetők és a diákok szállása a Havannától kb. 25 km-re levő, Leninről elnevezett iskola-telepen volt, minden külső zavaró körülménytől elszigetelt helyen.

A részt vevő országok száma ismét csúcsot ért el, 42 ország küldte el általában hattagú csapatát, összesen 237 tanulót; néhány országból kisebb csapat jött el; több latinamerikai ország most vett részt először a diákolimpián.

A magyar csapat:

<i>Beke Tibor</i>	Ady Endre Gimnázium, Nagyatád, III. o. (tanára: Ködmön Imre)
<i>Benczúr András</i>	Fazekas Mihály Gyak. Gimnázium, Budapest, IV. o.
<i>Cynolter Gábor</i>	Fazekas Mihály Gyak. Gimnázium, Budapest, IV. o. (tanáraik: Kőváry Károly, Cserepkei Ferenc)
<i>Keleti Tamás</i>	Fazekas Mihály Gyak. Gimnázium, Budapest, III. o. (tanárai: Surányi László, Cserepkei Ferenc)
<i>Lipták László</i>	JATE Ságvári Endre Gyak. Gimnázium, Szeged, IV. o. (tanárai: Pintér Lajosné, Hajnal Imre)
<i>Rimányi Richárd</i>	Révai Miklós Gimnázium, Győr, IV. o. (tanárai: Szabó Rudolfné, Zsebők Ottó)

A magyar küldöttséget *Hódi Endre* és *Reiman István* vezették.

A versenydolgozatokat július 10-én és 11-én írták meg; ekkorra már sikerült megszokni a hat órás időeltolódást, erre egyébként öt nap állt rendelkezésünkre. A 40°-hoz közelítő hőséget elviselhetővé tette az iskolatelep ragyogó tiszta vízű uszodája, ahol állandóan fürödhettünk. A versenyzők ételmezése kitűnő volt, gyakorlatilag korlátlan mennyiségű élelmiszer – közöttük több fajta déligyümölcs – állt a diákok rendelkezésére. Számos kubai segítő igyekezett megkönnyíteni ott-tartózkodásunkat, és néhány nap múltán már kezdtük elviselhetőnek érezni a meleget.

A verseny feladatai a következők voltak:

1. Legyen $S = \{1, 2, \dots, n\}$ ($n \geq 1$). Jelölje $p_n(k)$ az S olyan permutációinak a számát, amelyeknek pontosan k fixpontja van. Bizonyítsuk be, hogy

$$\sum_{k=0}^n k \cdot p_n(k) = n!$$

(S egy permutációjának az i -edik elemét fixpontnak mondjuk, ha az i -vel egyenlő, $i = 1, 2, \dots, n$).

2. Az ABC hegyesszögű háromszög A csúcsából induló belső szögfelező a BC oldalt az L pontban, a háromszög köré írt kört másodszor az N pontban metszi. L -ből az AB egyenesre emelt merőleges talppontja K , az AC egyenesre emelt merőlegesé pedig M .

Bizonyítsuk be, hogy az $AKMN$ négyszög és az ABC háromszög területe egyenlő.

3. Az x_1, x_2, \dots, x_n valós számokra teljesül az

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 1$$

egyenlőség. Bizonyítsuk be, hogy minden, 2-nél nem kisebb k természetes számhoz található olyan a_i egész számok ($i = 1, 2, \dots, n$), amelyek nem mind egyenlők 0-val, $|a_i| \leq k - 1$ valamennyi i -re, és érvényes rájuk az alábbi egyenlőtlenség:

$$|a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n| \leq \frac{(k-1)n}{k^n - 1}.$$

4. Bizonyítsuk be, hogy nincs a nemnegatív egészek halmazán értelmezett olyan f függvény, amelynek értéke is nemnegatív egész és minden n -re kielégíti az

$$f(f(n)) = n + 1987$$

egyenletet.

5. Legyen n 3-nál nem kisebb természetes szám. Bizonyítsuk be, hogy létezik a síkon n olyan pont, amelyek közül bármely kettőnek a távolsága irracionális, és közülük bármely három olyan nem elfajuló háromszöget alkot, amelynek területe racionális.

6. Legyen n 2-nél nem kisebb természetes szám. Bizonyítsuk be, hogy ha $k^2 + k + n$ értéke prímszám minden olyan k egészre, amelyre $0 \leq k \leq \sqrt{\frac{n}{3}}$ teljesül, akkor $k^2 + k + n$ értéke minden olyan k -ra is prím, amely kielégíti a $0 \leq k \leq n - 2$ feltételt.

Ezek a feladatok – a hatodik kivételével – könnyebbek voltak az utóbbi évek feladatainak az átlagánál, ezzel magyarázhatók az élen levő országok szokatlanul magas pontszámai. Minden feladat teljes megoldásáért 7 pont járt, egy ország tanulóí egy maximálisan 252 pontot érhetek el.

A díjak ponthatárait úgy szabták meg, hogy a teljes pontszámot (42-t) elért 22 versenyző kapott első díjat; a 32–41 pontot elért 42 diák második díjat, a 18–31 pontot elérték (56-an) harmadik díjat kaptak.

A magyar diákok egyenletesen jó teljesítményt nyújtottak, Benczúr András (40), Cynolter Gábor (39), Rimányi Richárd (37), Keleti Tamás (37), Beke Tibor (35) második díjat, Lipták László (30) pedig harmadik díjat kapott.

Az egyes országok által elért pontszámok (zárójelben a 6-nál kisebb csapatlétszámok) a következők:

Románia 250, NSZK 248, SZU 235, NDK 231, USA 220, Magyarország 218, Bulgária 210, Kína 200, Csehszlovákia 192, Anglia 182, Vietnam 172, Franciaország 154, Ausztria 150, Hollandia 146, Ausztrália 143, Kanada 139, Svédország 134, Jugoszlávia 132, Brazília 116, Görögország 111, Törökország 94, Spanyolország 91, Marokkó 88, Kuba 83, Belgium 74, Irán 70, Norvégia 69, Finnország 69, Kolumbia 68, Mongólia 67, Lengyelország 55 (3), Izland 45 (4), Ciprus 42, Peru 41, Olaszország 35 (4), Algéria 29, Kuvait 28, Luxemburg 27 (1), Uruguay 27 (4), Mexikó 17 (5), Nicaragua 13, Panama 7.

A versenyen kívül módunk volt Kuba számos nevezetességét megismerni; eljutottunk több ízben egy-egy tengerparti strandra is; kirándultunk a történelmi nevezetességű Disznó-öbölhöz, láttunk krokodilokat, megnéztük a főváros régi és új részeit, Havanna pezsgő életét.

Mindenkor éreztük, hogy az állam vezetése nagy figyelmet fordít az olimpiára, az újságok és a televízió állandóan foglalkozott a versenyekkel; a nevelésügyi miniszter jelen volt az ünnepélyes kezdésen és a díjkiosztáson és egyszer olyan fogadást adott a versenyzők tiszteletére, amely már az asztalon pompázó ételeivel és italaival is nehezen felejthető élményt nyújtott.

1987-09-247-1.eps

*A magyar csapat: Cynolter Gábor, Keleti Tamás,
Rimányi Richárd, Beke Tibor, Benczúr András
és Lipták László*

A záróünnepségen az ausztráliai küldöttség vezetője meghívta a részt vevő országokat az 1988-ban Canberrában rendezendő 29. Diákolimpiára. Mivel a jövő évi olimpia ideje éppen egybeesik az első ausztráliai gyarmat megalapításának 200-adik évfordulójával, az olimpiát ezeknek az ünnepségeknek a jegyében kívánják megrendezni, s a résztvevőknek mindenképpen nagy élményben lesz részük. Magyarországnak komoly reménye van arra, hogy részt tudjon venni az olimpián, magyar diákoknak ritkán van alkalmuk ilyen „nagy kalandra”. Most még minden középiskolásnak megvan a lehetősége arra, hogy bekerüljön a magyar csapatba, és buzdítsunk is minden matematikát kedvelő és érte dolgozni is akaró diákot: irány Ausztrália!