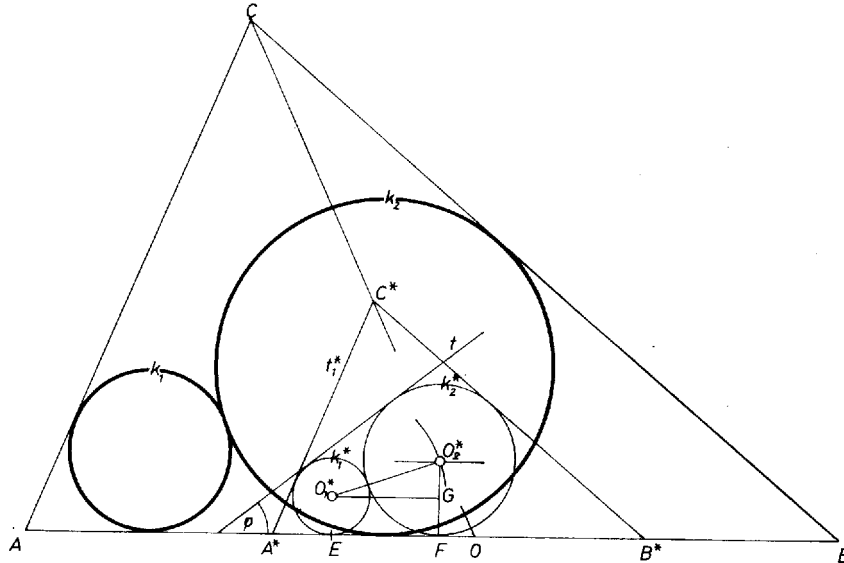


A szerkesztést hasonlósági transzformációval hajtjuk végre. Tetszőleges  $r_1^*$  sugárral az  $AB$  oldalszakaszt  $E$ -ben érintő  $k_1^*$  kört veszünk föl a háromszög belsejében, megszerkesztjük a  $2r_1^*$  sugarú  $k_2^*$  kört úgy, hogy érintse  $k_1^*$ -ot, és az  $EB$  félegyenest – ha kell, vegyünk olyan új  $k_1^*$ -ot, amelyhez  $k_2^*$ -nak  $F$  érintési pontja is az  $AB$  szakaszon adódik –, majd  $k_1^*$ -nak  $AC$ -vel párhuzamos érintői közül azt a  $t_1^*$ -ot, amelyik metszi az  $EA$  félegyenest, és  $k_2^*$ -nak  $BC$ -vel párhuzamos érintői közül, amelyik metszi az  $FB$  félegyenest. Legyenek e metszéspontok rendre  $A^*$ ,  $B^*$  és a rajzolt érintők metszéspontja  $C^*$ , így az  $A^*B^*C^* = H^*$  háromszögben  $k_1^*$ ,  $k_2^*$  megfelelnek a feladat feltételeinek, másrészt  $H^*$  és az adott  $ABC = H$  háromszög centrálisan hasonló az  $AB$  és  $CC^*$  egyenesek  $O$  metszéspontjára.



Most már  $k_1^*$ -ot és  $k_2^*$ -ot  $O$ -ból  $OA : OA^*$  arányban nagyítva, a kívánt  $k_1$ ,  $k_2$  körpárt kapjuk. A szerkesztés helyességének bizonyítását az olvasóra hagyjuk.

A  $k_1^*$ ,  $k_2^*$  körpár – a tett korlátozásokkal is, – bármely  $ABC$  háromszögben megszerkeszthető és  $k_1^*$  nyilván valóban benne van a  $H^*$ -ban, ennél fogva  $k_1$  is benne lesz  $H$ -ban. A  $k_2$  kör akkor és csak akkor adódik  $H$ -ban, ha  $k_2^*$  a  $H^*$ -ban adódott. Ennek feltétele, hogy  $t_1^*$  ne messe  $k_2^*$ -ot, legföljebb érintse. Ez ekvivalens azzal, hogy  $t_1^*$  legalább akkora szöveget zárjon be  $AB$ -vel, mint  $k_1^*$ -nak és  $k_2^*$ -nak  $t$  második közös érintője. Az utóbbi szöveget  $\varphi$ -vel, és  $O_1^*$ -nak  $O_2^*F$ -en levő vetületét  $G$ -vel jelölve

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{GO_2^*}{O_1^*O_2^*} = \frac{1}{3},$$

$\varphi = 38^\circ 57'$ , és a megoldás feltétele:  $\alpha \geq \varphi$ .

Ezzel a megoldást befejeztük.