A XVII. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia feladatai

(Harrow–1986)

Elméleti feladatok

1. feladat. Egy λ hullámhosszúságú és f frekvenciájú monokromatikus sík fényhullám esik merőlegesen két azonos méretű keskeny résre. (Ezeket az 1. ábrán L és M jelöli, egymástól mért távolságuk d.) Az egyes réseket elhagyó hullámokat Θ irányban mérve (x távolságban, t időpillanatban) a következő összefüggés adja meg:

$$y = a\cos[2\pi\cdot(ft - x/\lambda)],$$

ahol az a amplitúdó mindkét hullám esetén ugyanakkora. (Tegyük fel, hogy x sokkal nagyobb, mint d!)

1986-11-403-1.eps

1. ábra

(i) Mutasd meg, hogy az a két hullám, amelyeket a résekre merőleges irányhoz képest Θ szögben észlelünk, olyan A eredő amplitúdóval rendelkezik, amit 2 vektor összeadásával kaphatunk meg, mindkettőjük nagysága a, és a hozzájuk tartozó irányokat a fényhullám fázisa határozza meg.

Igazoljuk geometriailag a vektorábra alapján, hogy

$$A = 2\cdot a\cdot\cos\beta,$$

ahol

$$\beta = \frac{\pi}{\lambda}\cdot d\cdot\sin\Theta.$$

(ii) Cseréljük ki a kettős rést egy optikai ráccsal, amelyben N számú azonos, egyenletesen elhelyezett rés van, és a szomszédos rések d távolságra helyezkednek el egymástól. Használd az amplitúdók „vektor-összeadási” módszerét annak megmutatására, hogy a vektor-amplitúdók (melyek mindegyikének nagysága a) egy szabályos sokszög egy részét képezik. A sokszög csúcspontjai egy R sugarú körön helyezkednek el, ahol

$$R = \frac{a}{2\cdot\sin\beta}.$$

Vezesd le, hogy az eredő amplitúdó

$$a\,\frac{\sin N\beta}{\sin\beta},$$

és add meg az eredő fáziskülönbséget a rács széléről kiinduló fény fázisához képest!

(iii) Vázold fel egyazon grafikonon a $\sin N\beta$ és az $1/\sin\beta$ értékeit β függvényében! Egy másik grafikonon mutasd meg, hogyan változik az eredő hullám *intenzitása* β függvényében!

(iv) Határozd meg a fő intenzitásmaximumok nagyságát!

(v) Mutasd meg, hogy a fő maximumok száma nem haladhatja meg a

$$(2d/\lambda + 1)$$

értéket!

(vi) Mutasd meg, hogy a λ és a $\lambda+\Delta\lambda$ hullámhosszúságú két hullám ($\Delta\lambda \ll \lambda$) olyan fő maximumokat ad, amelyeknek szögeltérése:

$$\Delta\Theta = \frac{n\cdot\Delta\lambda}{d\cos\Theta},\quad \text{ahol}\quad n = 0, \pm1, \pm2, \ldots$$

Számítsd ki ezt a szögeltérést a nátrium D vonalaira, amelyekre

$$\lambda = 589{,}0\ \text{nm},\quad \lambda+\Delta\lambda = 589{,}6\ \text{nm},\quad n = 2$$

és $d = 1{,}2\times10^{-6}$ m.

$$\left[\cos A + \cos B = 2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)\right].$$

Megoldás. (i) Amennyiben az első résből érkező fény fázisa nulla, úgy a másik fázisa $\Phi = 2\pi/\lambda\cdot d\cdot\sin\Theta$ (2. ábra).

1986-11-404-1.eps

2. ábra

Két – Φ fáziskülönbségű – hullámot összeadva a $\xi = 2\pi[f \cdot t - x/\lambda]$ jelölés alkalmazásával

$$a\,\cos(\xi + \Phi) + a\,\cos\xi = 2a\,\cos\Phi/2\;\cos(\xi + \Phi/2) = 2a\,(\cos\beta)\,\cos(\xi + \beta)$$

adódik, ahonnan leolvasható, hogy az eredő hullám amplitúdója

$$A = 2a\cos\beta,$$

fázisa pedig éppen β.

1986-11-404-2.eps

3. ábra

Ugyanez a 3. ábrán látható vektordiagramról is leolvasható. Az OPQ egyenlő szárú háromszögben

$$\beta = \frac{1}{2}\Phi = \frac{\pi}{\lambda}\,d\,\sin\Theta$$

és

$$A = 2a\,\cos\beta,$$

tehát az eredő hullám olyan két síkbeli vektoramplitúdó összegeként kapható meg, amelyek nagysága a, szögeltérésük pedig a hullámok fáziskülönbsége: Φ.

(ii) Mindegyik rés egy-egy a amplitúdójú, s az előző rés hullámához képest 2β fáziseltolású hullámot bocsát ki az adott irányban. A vektordiagram eszerint egy szabályos sokszög részét képezi; az egyes oldalak hossza a, az egymás melletti oldalak szöge pedig azonos.

1986-11-404-3.eps

4. ábra

A 4. ábra jelöléseit használva a TOS háromszögből leolvashatjuk, hogy

$$R = \frac{a}{2\,\sin\beta},$$

a $TOZ\sphericalangle$ nagysága pedig N-szerese a $TOS\sphericalangle$-nek, azaz $N \cdot \Phi = 2 \cdot N \cdot \beta$. Így az eredő hullám amplitúdója

$$\overline{TZ} = 2 \cdot R\sin N\beta = a\,\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}.$$

Az eredő hullám fázisa a $ZTS\sphericalangle$, amely az $OTS\sphericalangle$ és $OTZ\sphericalangle$ különbsége, azaz

$$\left(90^\circ - \frac{\Phi}{2}\right) - \frac{1}{2}(180^\circ - N\Phi) = \frac{1}{2}(N-1)\Phi = (N-1)\,\beta$$

nagyságú.

(iii) A kérdezett függvények az 5. ábrán, az amplitúdó négyzetével arányos

$$I \sim \frac{a^2 \cdot \sin^2 N\beta}{\sin^2\beta}$$

intenzitás pedig az 6. ábrán látható.

1986-11-405-1.eps

5. ábra

1986-11-405-2.eps

6. ábra

(iv) A fő intenzitásmaximumok $\beta = n \cdot \pi$ értékeknél figyelhetők meg, ahol $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ Ezeknél az intenzitás

$$\beta = n\pi + \beta' \quad \text{és} \quad \beta' \to 0$$

helyettesítéssel

$$I_{\max} \sim a^2 \left(\frac{N\beta'}{\beta'} \right)^2 = N^2 a^2$$

nagyságúnak adódik.

(v) A főmaximumoknál $\beta = n \cdot \pi$, tehát

$$\frac{\pi}{\lambda} d \sin \Theta = n\pi \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots).$$

Ezt az összefüggést két közeli hullámhosszra, λ-ra és $\lambda + \Delta\lambda$-ra felírva

$$\lambda = \frac{d \sin \Theta}{n}$$

és

$$\lambda + \Delta\lambda = \frac{d \sin (\Theta + \Delta\Theta)}{n}$$

adódik, amelyeket kivonva egymásból, a $\Delta\lambda$ hullámhosszkülönbséghez tartozó $\Delta\Theta$ szögkülönbségre a

$$\Delta\lambda = \frac{d}{n} [\sin \Theta \cos \Delta\Theta + \cos \Theta \sin \Delta\Theta - \sin \Theta] \approx \frac{d}{n} \Delta\Theta \cos \Theta,$$

vagyis a

$$\Delta\Theta = \frac{n\,\Delta\lambda}{d \cos \Theta}$$

összefüggés érvényes. Behelyettesítve a

$$\Delta\lambda = 0{,}6 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}, \quad n = 2 \quad \text{és} \quad d = 1{,}2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}$$

adatokat, továbbá kihasználva, hogy $\sin \Theta = n \cdot \lambda / d$, $\Delta\Theta = 5{,}2 \cdot 10^{-3}$ radián $= 0{,}30^\circ$ adódik.

2. feladat. Századunk elején a Földről olyan modellt alkottak, amelyben a Földet R sugarú gömbnek tekintették, amely a felszíntől lefelé egészen egy R_c sugárig homogén izotróp (egynemű) szilárd köpenyből áll. Az R_c sugáron belüli mag tartománya pedig folyadékot tartalmaz. (7. ábra.)

1986-11-406-1.eps

7. ábra

A longitudinális P és a transzverzális S szeizmikus hullámok sebessége v_r és v_s (a köpenyen belül állandó értékűek). A magban a longitudinális hullámok $v_{cP} < v_P$ sebességűek, míg transzverzális hullámok a magban nem terjedhetnek.

Egy földrengés a földfelszín E jelű pontjában szeizmikus hullámokat kelt, amelyek áthaladnak a Földön, és ezeket egy felszínen levő megfigyelő észleli. A megfigyelő a szeizmométerét a Föld felszínének bármely X pontjában elhelyezheti. Az E és az X pontok egymáshoz képesti helyzetét (szögeltérését) a 2Θ szög jellemzi:

$$2\Theta = EOX\sphericalangle,$$

ahol O a Föld középpontja.

(i) Mutasd meg, hogy azok a szeizmikus hullámok, amelyek egyenes vonalban haladnak át a köpenyen, a földrengés után olyan t „terjedési idővel” később érkeznek meg X-be, amelyet az alábbi összefüggés ad meg:

$$t = \frac{2 \cdot R \cdot \sin \Theta}{v}, \quad \text{amennyiben}$$

$$\Theta \leq \arccos \left(\frac{R_c}{R} \right),$$

ahol $v = v_p$ a P hullámokra és $v = v_S$ az S hullámokra.

(ii) Olyan X elhelyezkedés esetén, ahol $\Theta > \arccos(R_c/R)$, a P szeizmikus hullámok a köpeny-mag felületen történő kétszeres törés után érkeznek meg a megfigyelőhöz. Rajzold le egy ilyen P típusú szeizmikus hullám útját! Vezess le összefüggést Θ és i között, ahol i a P szeizmikus hullám beesési szöge a köpenymag felületén.

(iii) Felhasználva a következő adatokat

$$R = 6370 \text{ km},$$
$$R_c = 3470 \text{ km},$$
$$v_p = 10{,}85 \text{ km/s},$$
$$v_S = 6{,}31 \text{ km/s},$$
$$v_{cP} = 9{,}02 \text{ km/s},$$

és a (ii) alkérdésre kapott eredményt, ábrázold a Θ szöget az i szög függvényében! Állapítsd meg, hogy milyen fizikai következményekkel jár ezen függvényalak a földfelszín különböző pontjain állomásozó megfigyelők számára!

Vázold fel a P és az S típusú hullámok esetén a *terjedési idő* változását a Θ szög függvényében a $0^\circ \leq \Theta \leq 90^\circ$ tartományban!

(iv) Egy földrengés után egy megfigyelő a P hullám, majd az azt követő S hullám beérkezése között 2 perc 11 másodperc időkülönbséget mér. Határozd meg ebből a (iii) alkérdésben megadott adatok felhasználásával a földrengés helyének és a megfigyelőnek a szögeltérését!

(v) Az előző mérésben a megfigyelő megjegyzi, hogy bizonyos idővel a P és S hullámok beérkezése után még további két alkalommal jelez a szeizmométer; ezek között az időkülönbség 6 perc 37 másodperc. Magyarázd meg az eredményt és igazold, hogy ez valóban megfelel az előző alkérdésben kiszámított szögeltérésnek!

1986-11-407-1.eps

8. ábra

Megoldás. (i) A 8. ábráról leolvasható, hogy az E és az X pontok távolsága $d = 2 \cdot R \cdot \sin\Theta$, a terjedés ideje tehát

$$t = \frac{d}{v} = \frac{2 \cdot R \cdot \sin\Theta}{v},$$

ahol v a hullám típusától függően vagy v_P, vagy pedig v_S. A fenti összefüggés csak akkor érvényes, ha a hullám végig a köpenyben terjed, tehát a Föld középpontjától mért legkisebb távolsága is legalább R_c :

$$R \cdot \cos\Theta \geq R_c,$$

vagyis

$$\Theta \leq \text{arc cos}\,\frac{R_c}{R}.$$

(ii) A köpeny és a mag határfelületén a longitudinális hullám megtörik, éppen úgy, mint a fény egy

$$n = \frac{v_p}{v_{cP}} > 1$$

törésmutatójú anyag határán. Az irányváltozás szöge az optikából ismert Snellius–Descartes törvényből számolható (9. ábra):

1986-11-407-2.eps

9. ábra

$$\frac{\sin i}{\sin\alpha} = n, \quad \alpha = \text{arc sin}\left(\frac{\sin i}{n}\right),$$

az i beesési szöghöz tartozó Θ szög pedig

$$\Theta = (90^\circ - \alpha) + (i - \varphi) =$$
$$= 90^\circ + i - \text{arc sin}\left(\frac{R_c}{R}\sin i\right) - \text{arc sin}\left(\frac{\sin i}{n}\right).$$

(iii) A megadott számadatok mellett i és Θ kapcsolatát a 10. ábrán látható függvény adja meg.

1986-11-408-1.eps

10. ábra

Látható, hogy $\Theta >$ arc cos $\dfrac{R_c}{R} \approx 57°$ és a fenti függvény minimuma $\Theta_c \approx 75°$ közötti értékeknek megfelelő X helyekre *egyáltalán nem* jut el szeizmikus hullám.

(iv) A terjedési idő a
$\Theta >$ arc cos $\dfrac{R_c}{R} \approx 57°$-os tartományban kétértékű (az (i) kérdésnek megfelelően), két különböző amplitúdójú szinuszfüggvény. Az 57° és 75° közötti tartományban nincs értelmezve a függvény, $\Theta > 75°$ -nál pedig csak a P típusú hullámnak megfelelő ág folytatható, ez azonban maga is kétértékű, hiszen a 11. ábráról leolvasható, hogy ezen Θ értékekhez kétféle i, tehát kétféle – s általában eltérő terjedési idejű – pálya tartozik.

1986-11-408-2.eps

11. ábra

(iv) P és S hullám csak a $\Theta < 57°$-os tartományban érkezhet el a megfigyelőhöz. A beérkezés időkülönbsége

$$t = 2 \cdot R \cdot \sin \Theta \cdot \left(\frac{1}{v_S} - \frac{1}{v_P}\right),$$

ahonnan a numerikus adatok felhasználásával $\Theta = 8{,}92°$ adódik.

(v) További hullámok a magköpeny határfelületről *visszaverődő* hullámok lehetnek. Ezek $2\overline{EP}$ távolságot tesznek meg (12. ábra), amelynek nagysága a koszinusz-tétel értelmében

$$s = 2\sqrt{R^2 + R_c^2 - 2 \cdot R \cdot R_c \cdot \cos \Theta} = 5980 \text{ km}.$$

Ennek a távolságnak

$$t' = \left(\frac{1}{v_S} - \frac{1}{v_P}\right)$$

időkülönbség felel meg, s ez valóban 6 perc és 37 másodperccel egyenlő.

1986-11-408-3.eps

12. ábra

3. feladat. Három, egyaránt m tömegű részecske egyensúlyban van, miközben olyan (elhanyagolható tömegű) rugók kötik össze őket, amelyek a Hooke-törvényt követik k rugóállandóval. A részecskék a 13. ábrán látható módon csak egy kör mentén mozoghatnak.

1986-11-409-1.eps

13. ábra

Az egyes részecskéket az egyensúlyi helyzetükből kicsit kimozdítjuk, mégpedig u_1, u_2, illetve u_3 távolsággal.

(i) Írd fel ebben az esetben mindegyik részecske mozgásegyenletét!

(ii) Mutasd meg, hogy az egyenletrendszernek az alábbi egyszerű harmonikus megoldásai vannak:

$$u_n = a_n \cos \omega t, \quad (n = 1,\ 2,\ 3),$$

$(-\omega^2 u_n)$ gyorsulásértékekkel, ahol a_n $(n = 1,\ 2,\ 3)$ állandó amplitúdók, az ω körfrekvencia pedig az alábbi 2 értéket veheti fel:

$$\omega_0\sqrt{3}, \quad \text{illetve} \quad 0,$$

ahol $\omega_0^2 = k/m$, s az első érték kétszer lép fel.

(iii) A rugók és részecskék egymást váltogató rendszerét terjesszük ki N számú részecskére. (Mindegyik m tömegű és rugókkal kapcsolódik a szomszédos részecskékhez. Kezdetben a rugók feszítetlenek, és a rendszer nyugalomban van.)

Írd föl az n-edik részecske $(n = 1,\ 2,\ \ldots,\ N)$ mozgásegyenletét a szomszédos részecskék elmozdulásainak segítségével, ha a részecskéket kimozdítjuk egyensúlyi helyzetükből!

Igazold, hogy a harmonikus rezgést leíró megoldások

$$u_n(t) = a_s \sin\left(\frac{2ns\pi}{N} + \Phi\right) \cos \omega_s t$$

alakúak, ahol $s = 1,\ 2,\ \ldots,\ N$; $n = 1,\ 2,\ \ldots,\ N$ és Φ egy tetszőleges fázis, továbbá

$$\omega_S = 2\omega_0 \sin(s\pi/N),$$

ahol a_s $(s = 1,\ 2,\ \ldots,\ N)$ n-től független állandó amplitúdók.

Állapítsd meg a lehetséges frekvenciák tartományát egy olyan lánc esetén, amely végtelen számú tömeget tartalmaz!

(iv) Határozd meg az

$$\frac{u_n}{u_{n+1}}$$

arányt nagy N-ekre két esetben:

(a) alacsony frekvenciás megoldásokra,

(b) $\omega = \omega_{\max}$ esetén, ahol $\omega_{\max}$ a maximális frekvenciájú megoldás.

Vázolj fel az (a), illetve a (b) esetben tipikus megoldásgörbéket, amelyek a részecskéknek adott t időpontbeli elmozdulását ábrázolják a részecskék láncmenti sorszámának a függvényében.

(v) Becsüljük meg, milyen *lényeges* változást hozna létre a körfrekvencia eloszlásában az, ha az egyik tömeget kicserélnénk egy $m' \ll m$ nagyságú tömegre.

A fenti eredmény alapján írjuk le kvalitatívan egy olyan kétatomos molekulalánc frekvenciaspektrumát, amely felváltva tartalmaz m és m' tömegű részecskéket.

Megoldás. (i) Az egyes részecskék mozgásegyenlete:

$$\begin{aligned} mA_1 &= k(u_2 - u_1) + k(u_3 - u_1), \\ mA_2 &= k(u_3 - u_2) + k(u_1 - u_2), \\ mA_3 &= k(u_1 - u_3) + k(u_2 - u_3), \end{aligned}$$

ahol A_i az i-edik részecske gyorsulását jelöli.

(ii) Behelyettesítve az $u_n(t) = a_n \cdot \cos\omega t$ alakú megoldást, $A_n = -a_n\omega^2 \cos\omega t$ felhasználásával a következő egyenletrendszer adódik:

$$\begin{aligned} (2\omega_0^2 - \omega^2)a_1 - \omega_0^2 a_2 - \omega_0^2 a_3 &= 0, \\ \omega_0^2 a_1 + (2\omega_0^2 - \omega^2)a_2 - \omega_0^2 a_3 &= 0, \\ -\omega_0^2 a_1 - \omega_0^2 a_2 + (2\omega_0^2 - \omega^2)a_3 &= 0, \end{aligned}$$

ahol $\omega_0^2 = k/m$. A fenti egyenletrendszerből a_1, a_2 és a_3 kiküszöbölhető, és ω-ra

$$(3\omega_0^2 - \omega^2)^2\omega^2 = 0$$

adódik, amelyből közvetlenül adódnak a bizonyítandó frekvenciák.

(iii) N részecske esetén a mozgásegyenletek

$$mA_i = k(u_{i+1} - u_i) + k(u_{i-1} - u_i) \quad (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ N).$$

(A periodikus határfeltétel miatt a fenti egyenletrendszerben $u_{i+N} \equiv u_i$, speciálisan $u_0 \equiv u_N$ és $u_{N+1} \equiv u_1$.)

A feladat szövegében megadott megoldást a mozgásegyenletekbe helyettesítve az időtől függő tényező kiesik (ez igazolja, hogy valóban létezik ilyen alakú megoldás), s ω_s^2-re a következő megszorítást kapjuk:

$$-\omega_s^2 \sin\left(\frac{2\pi ns}{N} + \Phi\right) = \omega_0^2 \left[\sin\left(\frac{2\pi(n+1)s}{N} + \Phi\right) - \right.$$
$$\left. -2\sin\left(\frac{2\pi ns}{N} + \Phi\right) + \sin\left(\frac{2\pi(n-1)s}{N} + \Phi\right)\right].$$

Ennek az összefüggésnek valamennyi n-re ugyanazt az ω_s-t kell adnia, s ez valóban így is van, hiszen a jobb oldal az addíciós tételek felhasználásával átalakítható, s így végül az

$$\omega_s^2 = 2 \cdot \omega_0^2 \left[1 - \cos\frac{2\pi s}{N}\right] \equiv 4\omega_0^2 \sin^2\frac{s\pi}{N} \quad (s = 1,\ 2,\ \ldots,\ N)$$

eredményt kapjuk. A lehetséges frekvenciák tartománya $N \to \infty$ határesetben $\omega = 0$-tól $\omega = 2\sqrt{k/m}$-ig terjed, az előbbi az $s = 1$, az utóbbi pedig $s = N/2$-nek felel meg. Az s paraméternek azért kell egész értékeket felvennie, hogy teljesüljön az $u_{i+N}(t) \equiv u_i(t)$ feltétel.

(iv) Az s-edik megoldásban (az s-edik „módusban")

$$\frac{u_n}{u_{n+1}} = \frac{\sin\left[\dfrac{2\pi ns}{N} + \Phi\right]}{\sin\left[\dfrac{2\pi(n+1)\,s}{N} + \Phi\right]}.$$

(a) Alacsony frekvenciákon, vagyis amikor $s \ll N$, $u_n/u_{n+1} \approx 1$, vagyis az egymás melletti részecskék kitérése majdnem azonos.

(b) A legmagasabb frekvencia páros N esetén $s = N/2$-nek felel meg, páratlan N-re pedig $s = \dfrac{N \pm 1}{2}$-hez tartozik a legnagyobb ω. Mindkét esetben $u_n/u_{n+1} \approx -1$ vagyis az egymás melletti részecskék ellentétes irányban rezegnek (14. és 15. ábra, felül a páratlan, alul a páros N-ekre.)

1986-11-411-1.eps

14. ábra

1986-11-411-2.eps

15. ábra

(v) Amennyiben csak egyetlen testnél áll fenn, hogy $m' \ll m$, úgy a könnyű test rezgésénél a nagy tömegűek elmozdulását elhanyagolhatjuk, s így rá az

$$m'A = -2kx$$

mozgásegyenlet érvényes (lásd a 16. ábrát).

1986-11-411-3.eps

16. ábra

Az ennek megfelelő körfrekvencia

$$\omega' = \sqrt{\frac{-A}{m'}} = \sqrt{\frac{2k}{m'}}\ ,$$

s ez kicsiny m' esetén sokkal nagyobb, mint $\omega_{\max}$.

Kétatomos lánc esetén (amely felváltva tartalmaz könnyű és nehéz részecskéket) a könnyű testek nem egyetlenegy, hanem nagyon sokféle frekvenciával mozoghatnak, ezek azonban valamennyien sokkal nagyobbak a nehéz testek rezgési frekvenciáinál. Emiatt a „frekvenciaspektrum”, vagyis a lehetséges frekvenciák ábrája két „ sávra” hasad fel, amelyeket egy tiltott tartomány, egy ún. gap (ejtsd: gep) választ el egymástól (17. ábra).

1986-11-411-4.eps

17. ábra

Gnädig Péter

Kísérleti feladatok

A mérési feladatoknál már csupán a feladatok szövege 5+12=17 gépelt oldalt tett ki. Nyilvánvalóan lehetetlenség úgy ezt, mint a megoldást teljes terjedelmében közölni. Az alábbiakban ezért csupán e feladatok rövidített szövegét, és néhány – a mérések kivitelezésénél fellépő – nehézséget említünk.

*

A versenyzőknek két kísérleti feladatot kellett megoldaniuk, mindkettőre 2,5 óra állt rendelkezésükre. Ezekre 100–100 pontot, tehát összesen 200 pontot kaphattak, míg a három elméleti feladatra maximálisan 300 pontot.

1. Feladat

Az első kísérleti feladatban a versenyzőknek egy függőleges helyzetű fecskendő száján függő vízcseppen létrejövő *szivárványt* kellett tanulmányozniuk spektroszkóp segítségével. A fény egy 12 V-os fehér fényforrásból kollimátoron keresztül érkezett a spektroszkóp-asztal középpontja felett függő cseppre. A cseppen létrejövő szivárványt egy forgatható távcsővel kellett tanulmányozni. *(18. ábra)* A feladat leírása (amit a versenyzők kézhez kaptak) részletesen tárgyalta a kollimátor, a távcső, illetve a vízcsepp beállítását, továbbá a létrejövő zavaró effektusokat is (vakítóan fénylő pontok a vízcsepp felületén).

1986-11-412-1.eps

18. ábra

Tanulságosnak érezzük a szivárvány elméletével foglalkozó részt szó szerint idézni: *„A lelógó csepp középső vízszintes tartománya két fénytörés és k számú ($k = 1, 2, \ldots$) belső visszaverődés eredményeképp szivárványt hoz létre. Az elsőrendű szivárvány egyetlen belső visszaverődésnek felel meg; a másodrendű kettőnek, a k-ad rendű pedig k számúnak. Valamennyi rendű szivárvány a színkép valamennyi színét tartalmazza. Ezek szabad szemmel is láthatók, a távcsővel pedig pontosan megmérheted a szögállásukat. Valamennyi szivárvány egy-egy jól meghatározott beesési szögértéknél jön létre, ez a szög mindegyik rendű szivárványnál más és más."*

A feladat részletesen foglalkozott a különböző rendű szivárványok felismerésének méréstechnikai problémáival, eligazítást nyújtva az egyes szivárványok megkereséséhez. A vizsgálatokat *három* különböző törésmutatójú folyadékkal kellett végezni (*víz*, A és B jelű *folyadék*), melyek törésmutatóját megadták ($n_v = 1{,}333$, $n_A = 1{,}467$, $n_B = 1{,}534$).

A versenyzőknek víz esetén szabad szemmel meg kellett figyelniük az első- és másodrendű szivárványt, továbbá mérniük kellett a távcső Θ elforgatási szögét a kezdeti iránytól (amikor a kollimátorból kijövő fény akadálytalanul jut a távcsőbe) az első-, a másod- és az ötödrendű szivárványok esetén. Ezekből a szögekből meg kellett határozniuk a beeső fénysugár Φ eltérülési szögét, vagyis azoknak a szögeknek az összegét, amelyekkel a beeső fénysugár elfordul, mialatt 2-szer megtörik és közben k alkalommal visszaverődik a csepp belső felületén. Ábrázolniuk kellett Φ értékét k függvényében.

Ennek a feladatnak a második részében Φ értékét a másodrendű szivárványokra az A és a B folyadék esetén is meg kellett határozni. Milliméterpapíron ábrázolni kellett $\cos(\Phi/6)$ értékét $1/n$ függvényében, ahol n a háromféle folyadék törésmutatója, és ezt ki kellett egészíteni egy további ponttal $n = 1$ esetére. Meg kellett adni az ezekre a pontokra legjobban illeszkedő egyenes meredekségét, és végül extrapolálni Φ értékét az $n = 2$ törésmutató esetére.

Ez a feladat a versenyzőknél kétféle nehézséggel járt. Az egyik és egyben jelentősebb méréstechnikai jellegű probléma a szivárványok helyének megtalálása volt, amit csak a csepp pontos beállításakor lehetett remélni. Ekkor viszont a sok egyszerre megjelenő szivárvány, illetve a közvetlen visszaverődésből vagy a belső visszaverődés nélküli törésekből származó vakítóan fénylő pontok zavarták az észlelést. A másik nehézséget Φ meghatározása jelentette, ahol észre kellett venni, hogy Φ értéke 360°-nál is nagyobb lehet abban az esetben, ha a fénysugár a vízcseppben akár többször is „körbejár".

2. Feladat

A második kísérleti feladat nem valódi mérés, hanem egy *számítógépes szimuláció* nyomonkövetése volt.

A számítógépet arra programozták be, hogy az $x-y$ síkban mozgó 25 darab kölcsönható részecskére megoldja a Newton-féle mozgásegyenleteket. Képes volt arra, hogy egyenlő időközökben kiszámítsa valamennyi részecske helyvektorát és sebességvektorát. Megfelelő gombok megnyomásával információt kaphattunk a rendszer dinamikai állapotáról.

A részecskék – melyeket kezdetben, $t = 0$ időben egy kétdimenziós négyzetrácsba rendeztek – egy dobozba zárva mozoghattak. A képernyőn megjelentethető volt a rendszer állapota, a szükséges számadatokkal együtt. Ahogy a rendszer időben fejlődött, változott a részecskék helye és sebessége. (Ha egy részecske látszólag elhagyta a dobozt, a program automatikusan egy új részecskét „ hozott létre", amely a doboz ellenkező oldalán lépett be, ugyanolyan sebességgel; így a részecskék száma állandó maradt a dobozban.)

Bármely két i és j sorszámú részecske, amelyeknek egymástól mért távolsága r_{ij}, egy meghatározott U_{ij} kölcsönhatási potenciális energiával rendelkezett, a gép megfelelő utasításra kijelezte az átlagos potenciális energiát. A program továbbá arra is lehetőséget adott, hogy bármikor megkérdezhessük a számítógéptől a részecskék bármelyik sebességkomponensének akárhányadik hatványának (pl. V_x-nek vagy V_y^2-nek) átlagos értékét.

A „mérési" feladatok itt a következők voltak:

1. Igazolni kellett, hogy a rendszer impulzusa (lendülete) időben állandó, megmaradó mennyiség. Becslést kellett adni a számítógép számítási pontosságára.

2–3. Ábrázolni kellett a rendszer mozgási és potenciális energiáját az idő függvényében.

4. A rendszer teljes energiájának időbeli változását kellett megvizsgálni, s ebből az energia számítási pontosságára következtetni.

5. Kezdetben a rendszer nem volt hőmérsékleti egyensúlyban, bizonyos t_0 idő után azonban beállt az egyensúly, amikor is a rendszer teljes mozgási energiája egy átlagérték körül ingadozott. Feladat volt ezen átlagérték, továbbá t_0 meghatározása.

6. A megfelelő gomb lenyomására a számítógép megadta azon részecskék ΔN számát, amelyeknek valamelyik sebességkomponense – adott pontossággal – V_0-lal egyezett meg. A versenyzőknek megadták, hogy hőmérsékleti egyensúlyban a „hisztogramm" a

$$\Delta N = A \cdot \exp\big(-(V_0)^2/\alpha\big)$$

alakú összefüggéssel közelíthető, ahol α a rendszer hőmérsékletével kapcsolatos állandó. Feladat volt a hisztogram felrajzolása, illetve α értékének és pontosságának meghatározása.

7. A program kívánságra megadta a részecskék – valamely rögzített helytől mért – Δx és Δy elmozdulás komponenseinek négyzetátlagát. A versenyzőknek ki kellett számítani és az idő függvényében ábrázolni a részecskék átlagos elmozdulás négyzetét hőmérsékleti egyensúlyban levő rendszerre.

Igazolni kellett, hogy ez a függvény bizonyos tartományban lineáris. Az adatokból következtetni kellett arra, hogy a rendszer szilárd vagy folyékony halmazállapotú-e.

Honyek Gyula