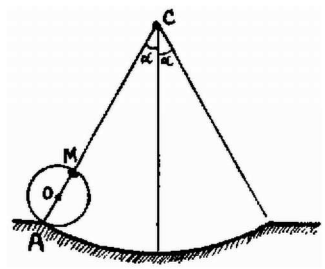
Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 1985. október 26-án rendezte 62. versenyét Budapesten és 12 vidéki városban az abban az évben érettségizettek és középiskolai tanulók részére. A versenyzők 5 órai munkaidő alatt oldhattak meg három fizika feladatot. Bármely segédeszközt használhattak, beleértve a zsebszámítógépet is. A versenyen 209 dolgozatot adtak be. Ismertetjük a feladatokat és a verseny eredményét.

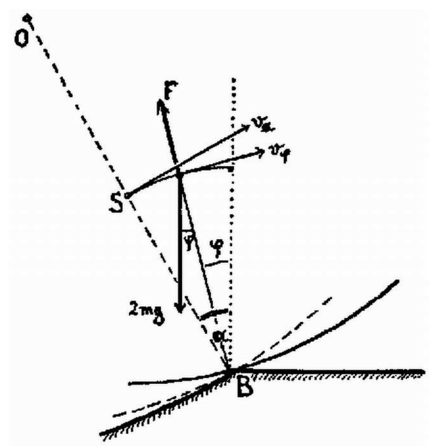
1. *Adva van egy vízszintes síkban folytatódó körlejtő, sugara* $AC = R = 0{,}9$ m, $\alpha = 30°$ *(1 ábra). Egy abroncs sugara* $AO = r = 0{,}1$ m. *Az abroncs kerületére vele egyenlő tömegű nehezéket erősítettünk* (M). *Az abroncsot úgy helyezzük a lejtőre, hogy a nehezék az* AC *egyenesen legyen. Az abroncsot elengedjük és az mindvégig csúszás nélkül gördül. Milyen magasra jut az abroncs középpontja a körlejtőn való végigfutás után?*

(Nagy László)



1. ábra

Megoldás. A körlejtő és az abroncs méretezése olyan, hogy az abroncs éppen másfelet gördül, amíg a körlejtő jobb oldali végén levő B pontba ér. Ide megérkezve a nehezék a B pontnál van (2. ábra). Jelöljük az abroncs tömegét m-mel! Az összesen $2m$ tömeg közös súlypontja a sugár felében, S-ben van. A körlejtőn való végiggurulás befejeztével a helyzeti energia csökkenése $2mgr\cos\alpha$. Ebből mozgási energia lett.



2. ábra

A feladat kérdésének a lényege: mi történik az abronccsal a B pontba való megérkezése után? Az abroncs ebben a pillanatban a B pont körül forog egy bizonyos ω_α szögsebességgel. A B pontra vonatkozó tehetetlenségi nyomaték (Steiner tételét felhasználva) $mr^2 + mr^2 = 2mr^2 = \Theta$, az abroncs és a nehezék mozgási energiája $\Theta \cdot \omega_\alpha^2/2 = mr^2\omega_\alpha^2$. Ez egyenlő a helyzeti energia csökkenésével:

$$mr^2\omega_\alpha^2 = 2mgr\cos\alpha.$$

Ebből következően a szögsebesség:

$$\omega_\alpha = \sqrt{(2g\cos\alpha)/r} = 13{,}03\ \mathrm{s}^{-1}.$$

A súlypont sebessége ekkor:

$$v_\alpha = \frac{r}{2}\cdot\omega_\alpha = \sqrt{gr\cos(\alpha/2)} = 0{,}651\ \mathrm{m/s}.$$

Az a kérdés, mi történik ezután az abronccsal: ferde hajítás jön létre, vagy rágördül a vízszintes síkra? Vizsgáljuk az utóbbi esetet! Egy bizonyos φ–szögű helyzetben a súlypont sebessége v_φ. Ekkor a B pont körüli körmozgás létrehozásához szükséges erő:

$$\frac{2mv_\varphi^2}{r/2} = \frac{4mv_\varphi^2}{r}.$$

Ez az erő a lejtő által a sugár irányában kifejtett F támaszerő és a súly sugár irányába eső vetületének a különbsége:

$$\frac{4mv_\varphi^2}{r} = 2mg\cos\varphi - F.$$

A φ-helyzethez tartozó támaszerő:

$$F = 2mg\cos\varphi - 4mv_\varphi/r.$$

A súlypontnak a φ-helyzethez tartozó v_φ sebességét az energiamegmaradás tételével kapjuk. A B pontba való érkezéskor a mozgási energia

$$\omega_\alpha^2 \cdot \Theta/2 = \left(\frac{v_\alpha}{r/2}\right)^2 \cdot \frac{2mr^2}{2} = 4mv_\alpha^2.$$

Egy bizonyos φ-helyzetben a mozgási energia $4mv_\varphi^2$. A mozgási energia csökkenése egyenlő a felemeléshez szükséges munkavégzéssel:

$$4m(v_\alpha^2 - v_\varphi^2) = 2mg \cdot \frac{r}{2} \cdot (\cos\varphi - \cos\alpha).$$

Innen a φ-helyzethez tartozó sebesség négyzete:

$$v_\varphi^2 = v_\alpha^2 - gr\cos\varphi/4 + gr\cos\alpha/4.$$

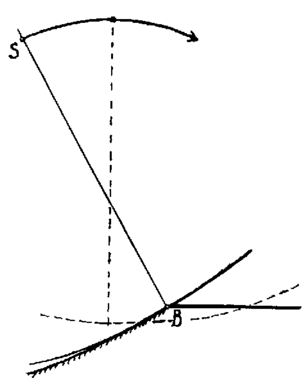
Felhasználva $v_\alpha^2 = gr\cos\alpha/2$ előbbi eredményünket:

$$v_\varphi^2 = 3gr\cos\alpha/4 - gr\cos\varphi/4.$$

Ezzel a támaszerő mint φ függvénye:

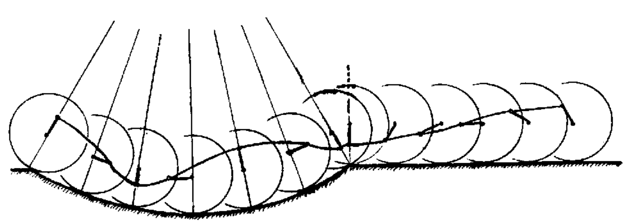
$$F = 3mg(\cos\varphi - \cos\alpha).$$

Miközben az abroncs felemelkedik az α szöghöz tartozó helyzetből a $\varphi = 0$ szöghöz tartozó helyzetig, a támaszerő sohasem lesz negatív, vagyis az abroncs rágördül a vízszintes síkra. (Csak a $\varphi = \alpha$ helyzetben tűnik el a támaszerő, de csak egy pillanatra. A feladatban egyébként is kikötöttük a sima gördülést.)



3. ábra

Mi történik, ha az abroncs B pontba való megérkezésének pillanatában eltüntetjük a lejtőt? Ekkor ferde hajítás következik, amelynél a súlypont pályáját a 3. ábra mutatja. A súlypont tetőponti helyzetéhez tartozó, az abroncsot mutató szaggatott vonalú kör belenyúlik a lejtő testébe, ami ugyancsak azt mutatja, hogy az abroncs simán felgördül a vízszintes részre. Itt a súlypont addig emelkedik, amíg az A pontbeli kiindulási magasságát el nem éri, azután a mozgás elindul visszafelé. Tehát az abroncs középpontja $r/2$ magasságig jut fel. A 4. ábra mutatja a mozgás lefolyását: két ciklust kis körív köt össze.



4. ábra

2. *Egy $d = 2$ μm rácsállandójú rácsra $\lambda = 0{,}5$ μm hullámhosszú fény esik úgy, hogy a beeső fénysugarak $\varphi = 30°$-os szöget zárnak be a rács síkjára merőleges egyenessel. (A fénysugarak merőlegesek a rács réseire.) Mekkora szöget zárnak be az eredeti iránnyal az első erősítések felé haladó fénysugarak?*

(Radnai Gyula)

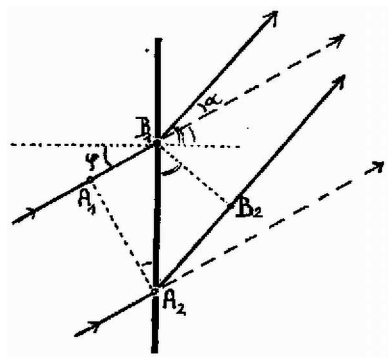
Megoldás. A síkhullám az A_1A_2 síkba egyenlő fázisban érkezik (5. ábra). Az α szög irányába menő síkhullám minden részének egyező fázisban kell lennie, ha erősítés jön létre. Első erősítés esetében az $A_2B_2 - A_1B_1$ útkülönbség éppen 1 hullámhossz:

$$d \sin(\alpha + \varphi) - d \sin \varphi = \lambda.$$

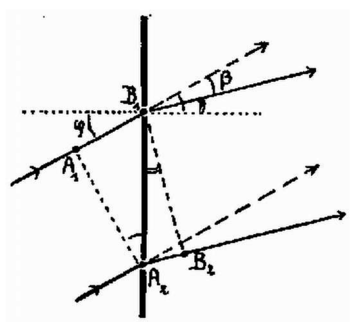
Vagyis

$$d \sin(\alpha + \varphi) = \lambda + d \sin \varphi.$$

Adatainkkal $\sin(\alpha + \varphi) = 0{,}75$, $\alpha + \varphi = 48{,}59°$ és $\alpha = 18{,}59°$.



5.a ábra



5.b ábra

Az eredeti irány másik oldalán az útkülönbség:

$$A_1B_1 - A_2B_2 = d \sin \varphi - d \sin(\varphi - \beta) = \lambda.$$

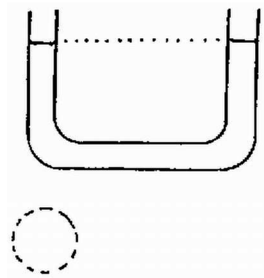
Ekkor $d \sin(\varphi - \beta) = d \sin \varphi - \lambda$, adatainkkal:

$$\sin(\varphi - \beta) = 0{,}25, \quad \varphi - \beta = 14{,}48° \quad \text{és} \quad \beta = 15{,}52°.$$

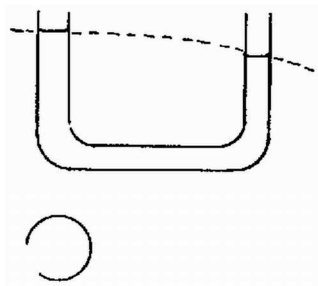
Figyelemre méltó, hogy a két oldalon az első erősítések iránya nem ugyanaz. Röntgensugarak hullámhosszának a meghatározását egy alkalommal elvégezték úgy, hogy karcolt üvegrácsra igen ferdén ejtették be a sugarakat, mert ilyenkor sokkal nagyobb a rács felbontóképessége. Néhány könyvben az az állítás olvasható, hogy ferde beesés esetében a rácsállandó vetületével kell számolni, ez azonban téves állítás.

3. *Egy U alakú csőben folyadék van egyensúlyban (6. ábra). Ezután a bal oldalt szár alá igen nagy tömegű golyót helyezünk. Hogyan változnak meg a folyadékszintek?*

(Károlyházy Frigyes)



6.a ábra



6.b ábra

Megoldás. A közlekedő edény folyadékfelszínei nívófelületen helyezkednek el, ezek eredetileg vízszintes síkok. A nagy tömegű golyó odahelyezése után a nívófelületek jobboldalt mélyebbre kanyarodnak, tehát a szint a bal oldali szárban emelkedik, a jobb oldaliban csökken

A verseny eredménye

I. díjat hárman kaptak egyenlő helyezésben: **Kaiser András,** a budapesti Fazekas Mihály Gimnázium IV. o. tanulója, tanára Horváth Gábor. **Kós Géza,** budapesti Berzsenyi Dániel Gimnázium IV. o. tanulója, tanára Pappné Kovács Katalin és **Pfeil Tamás,** a budapesti ELTE–TTK 1. éves matematikus hallgatója, aki Dunaújvárosban a Münnich Ferenc Gimnáziumban érettségizett mint Székelyi Sándorné tanítványa.

II. díjat kapott **Tasnádi Tamás,** a budapesti I. István Gimnázium III. o. tanulója, tanára Moór Ágnes.

III. díjat hárman kaptak egyenlő helyezésben: **Matyasi Gábor** a kazincbarcikai Ságvári Endre Gimnázium IV. o. tanulója, tanára Pászty Györgyné, **Németh-Buhin Ákos,** honvéd, aki a budapesti Fazekas Mihály Gimnáziumban érettségizett mint Tóth László tanítványa és **Papp Zoltán,** a budapesti József Attila Gimnázium IV. o. tanulója, tanára Sarkadi Ildikó.

Dicséretet hárman kaptak egyenlő helyezésben: **Balogh Péter,** a mezőkövesdi I. László Gimnázium III. o. tanulója, tanára Rácz György, **Czigány Zsolt,** a zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium IV. o. tanulója, tanára Németh László és **Sass Balázs,** a budapesti Árpád Gimnázium III. o. tanulója, tanára Székely György.