(1) $$T=\frac{10(10^n-1)}{81}-\frac{n}{9}$$

Az $(A^n-B^n)=(A-B)(A^{n-1}+A^{n-2}B+\ldots+B^{n-1})$ összefüggés alapján T a következő alakra hozható:

$$T=\frac{10(10^{n-1}+10^{n-2}+\ldots+1)}{9}-\frac{n}{9}=\frac{10^n-1}{9}+\frac{10^{n-1}-1}{9}+\ldots+\frac{10-1}{9}.$$

Itt a számlálók mindegyike osztható $(10-1)$-gyel, tehát T valóban egész szám. Ha j páros szám, akkor 10^j-1 osztható $(10+1)$-gyel is, emiatt $\frac{10^j-1}{9}$ is osztható 11-gyel; ha pedig j páratlan, akkor a $\frac{10^j-1}{9}$ számot 11-gyel osztva egyet kapunk maradékul, hiszen

$$\frac{10^j-1}{9}=10\frac{10^{j-1}-1}{9}+1,$$

ahol az első szám osztható 11-gyel. Eszerint ha a fenti összeg minden tagját 11-gyel osztjuk, annyiszor kapunk 1 maradékot, ahány páratlan szám van n-ig, a többi maradék pedig 0. Az n-nél nem nagyobb páratlan számok száma egyenlő $\frac{n+1}{2}$ egész részével, $\left[\frac{n+1}{2}\right]$-vel, tehát a $T:11$ osztás maradéka egyenlő az $\left[\frac{n+1}{2}\right]:11$ osztás maradékával. Ha az $(n+1)$ szám 22-vel osztva r-et ad maradékul:

$$n+1=22\,m+r,$$

akkor $\frac{n+1}{2}=11m+\frac{r}{2}$, tehát a $T:11$ osztás maradéka egyenlő $\frac{r}{2}$ egész részével.

Megjegyzés. Jelöljük az (1) alatti számot T_n-nel. Azt, hogy ez a szám egész, a $T_n=10\,T_{n-1}+n$ összefüggés alapján is beláthatjuk.