

1. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\lg(36^{5x} + 792) = \lg 16 + \lg 63.$$

2. Egy derékszögű háromszög egyik hegyesszögének felezője a szemközti oldalt két olyan szakaszra bontja, amelyeknek hosszúsága 1, illetve 2. Mekkora a háromszög szögei és oldalai?

3. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán:

$$\sqrt{x + 3y + 1} = 2; \quad \sqrt{2x - y + 2} = 7y - 6.$$

4. Az $ABCD$ paralelogramma három csúcsának koordinátái: $A(-3; -2)$, $B(2; 0)$, $C(3; 3)$. A B csúcson átmenő és az AC átlóra merőleges egyenes a CD egyenest E -ben metszi. Számítsa ki E koordinátáit!

5. Négy szám közül az első három egy mértani sorozatnak, az utolsó három pedig egy számtani sorozatnak egymást követő elemei. Az első és a negyedik szám összege 14, a második és harmadik összege 12. Melyek ezek a számok?

A¹ 6. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán:

$$x^2 - 6x - 7 < 0; \quad \sin x > 0.$$

7. Legyen $ABCD$ és $EFGH$ ugyanabban a síkban fekvő két paralelogramma! Bizonyítsa be, hogy az AE , BF , CG és DH szakaszok felezőpontjai – ha nincsenek egy egyenesen – egy paralelogramma csúcsai!

8. Bizonyítsa be, hogy tetszőleges n pozitív egész számra igaz a következő állítás: ha a , b , c olyan egészek, amelyekre n osztója $(a + b + c)$ -nek és $(a^2 + b^2 + c^2)$ -nek, akkor osztója $(a^4 + b^4 + c^4)$ -nek is.

B 6. Az ABC egyenlő szárú háromszögben a BC alap hossza 10, az A -ból induló magasság 12, az alap felezőpontja D . Legyen M az AC szár valamely pontja! Számítsa ki az AM szakasz hosszát, ha az $AMDB$ négyszög hűrnégyszög!

7. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán:

$$\frac{xy}{x+y} = 1 - z; \quad \frac{yz}{y+z} = 2 - x; \quad \frac{zx}{z+x} = 2 - y.$$

8. Bizonyítsa be, hogy ha $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, akkor

$$\frac{\sin x}{1 + \operatorname{tg} x} \leq \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

¹A 6–8. feladatokban az A jelűek a gimnáziumot végzettek számára ajánlottak, a B jelűek pedig a szakközépiskolát végzettek számára.