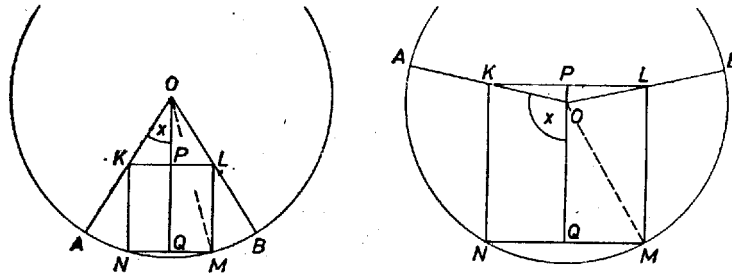


Legyen az M és N pontot tartalmazó AOB szögtartomány mérőszáma $2x$, a KL és NM oldal felezőpontja P , illetve Q , továbbá $OK = 1$.



Az OQ irányt pozitívnak véve, előjellel együtt $OP = \cos x$, $PQ = KN = KL = 2 \sin x$, és $MQ = \sin x$, hiszen $OK = OL$ alapján OP a KL szakasz felezőmerőlegese és az alakzat szimmetriatengelye, tehát $\angle QOA = x$. Így az OMQ derékszögű háromszögből

$$(\cos x + 2 \sin x)^2 + \sin^2 x = 4.$$

Könnyű innen áttérni az ismeretlen $2x$ függvényeire:

$$4 \sin x \cos x + 4 \sin^2 x = 2 \sin 2x + 2 - 2 \cos 2x = 3,$$

$$(1) \quad \sin 2x - \cos 2x = \frac{1}{2}.$$

Az egyenletet $\sqrt{2}$ -vel osztva és az együtthatókban fölismerve 45° szögfüggvényeit, az addíciós azonosság alapján

$$\sin(2x - 45^\circ) = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} = 0,3536,$$

$$2x - 45^\circ = \begin{cases} 20^\circ 42', \\ 159^\circ 18'. \end{cases}$$

Az AOB szögre tehát két értéket kaptunk: $65^\circ 42'$ és $204^\circ 18'$.

Megjegyzés. Az (1) megoldásában az

$$a \sin x + b \cos x = c$$

egyenlet általános megoldását követtük: segédszögnek vezettük be azt a φ -t, amelyre

$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos \varphi \quad \text{és} \quad \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin \varphi,$$

hacsak $|c| \leq \sqrt{a^2 + b^2}$.