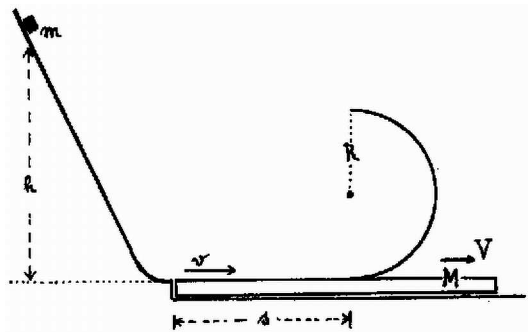
Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 1984. október 27-én rendezte 61. versenyét Budapesten és 12 vidéki városban az abban az évben érettségizettek és középiskolai tanulók részére. A versenyzők 5 órai munkaidő alatt oldhatták meg a három feladatot. Bármely segédeszközt használhattak, beleértve a zsebszámítógépet is. A versenyen 180 dolgozatot adtak. be. Ismertetjük a feladatokat és a verseny eredményét.

1. *Vízszintes síkhoz törésmentesen csatlakozó lejtőről kisméretű, m tömegű testet csúsztatunk le egy M tömegű kocsira, amelyre középen félhengerpalást van erősítve* (1. *ábra*). *A kis test felcsúszik a félhengeren és éppen a félhenger tetején csökken a test és a pálya közötti erő zérusra. A kis test ezután függőlegesen, szabad eséssel éppen a kocsi szélére esik.*
A súrlódás elhanyagolható.

a) *Milyen hosszú a kocsi?*

b) *Milyen h magasságból csúszott le a test?*



1. ábra

(Holics László)

Megoldás. Először azt határozzuk meg, hogy mekkora v sebességgel kell az m tömegű kis testet a kocsira csúsztatni, hogy felülről függőlegesen, szabadeséssel essen le. Azután kérdezzük: hol esik a test a kocsira?

Amíg a kocsira csúszott test a kocsi vízszintes részén fut, addig a kocsi nem mozdul meg, hiszen nincs súrlódás. Amikor a körlejtőn fut, akkor nyomja a kocsit.

A körpálya tetején az m tömegű kis testnek nincs sebessége a talajhoz viszonyítva, viszont a kocsi V sebességgel fut. A kis test impulzusát megkapja a kocsi:

$$mv = MV, \quad \text{vagyis} \quad V = (m/M) \cdot v.$$

A kis test akkor hagyja el éppen a félkörpálya tetején a pályát, ha a centripetális gyorsulás épp a g nehézségi gyorsulással egyenlő. (A centripetális gyorsulás értékét a kis test kocsihoz viszonyított V sebességéből kell meghatározni):

$$g = V^2/R.$$

V-nek az impulzustörvényből adódó értékét felhasználva és az egyenletet rendezve:

$$v^2 = Rg\,(M/m)^2.$$

Ez az összefüggés tartalmazza az impulzus megmaradását és azt a körülményt, hogy a felső pontban az m tömegű test szabadesést végez.

Az energiatörvény értelmében v-nek olyan nagynak kell lennie, hogy a kis test $mv^2/2$ mozgási energiája épp fedezni tudja a felemelkedéshez szükséges munkavégzést és a kocsi mozgási energiáját.

$$\frac{mv^2}{2} = mg \cdot 2R + \frac{MV^2}{2}.$$

V-nek a felső pontbeli szabadesésből következő értékét felhasználva és az egyenletet rendezve

$$v^2 = Rg\,(M/m) + 4Rg.$$

A kocsira érkezés v sebességének az előzőekben kapott két feltételnek kell eleget tennie. v^2 kifejezéseit egyenlővé téve:

$$Rg(M/m)^2 = Rg \cdot (M/m) + 4Rg.$$

Innen a M/m tömegviszonyra az alábbi egyenletet kapjuk:

$$(M/m)^2 - M/m - 4 = 0.$$

Az egyenlet számunkra használható megoldása:

$$\frac{M}{m} = \frac{1+\sqrt{17}}{2} = 2{,}562.$$

A feladat lényeges és érdekes eredménye: a kísérlet csak akkor sikerülhet, ha a kis test és a kocsi tömegének aránya ennyi, függetlenül a félkörpálya sugarától (és g-től).

A tömegviszony értékét felhasználva

$$v^2 = \frac{9+\sqrt{17}}{2} \cdot Rg.$$

A h indítási magasságra nézve $mgh = mv^2/2$, tehát

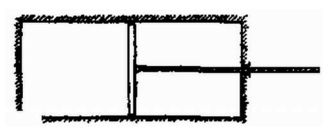
$$h = \frac{9+\sqrt{17}}{4} \cdot R = 3{,}281\ R.$$

A $2R$ magasságból történő esés ideje $2\sqrt{R/g}$, így a kocsi útja az esés ideje alatt:

$$s = 2\sqrt{R/g} \cdot V = 2\sqrt{R/g} \cdot \sqrt{Rg} = 2R,$$

a kocsi teljes hossza ennek kétszerese, tehát $4R$. A kocsi hosszát a tömegviszony ismerete nélkül is ki lehet számítani. Igazolható, hogy ha a M/m arányra kapott feltétel teljesül, akkor a számított adatok mellett a kísérlet valóban végrehajtható.

2. *A henger fala és a dugattyú rúdja tökéletesen hőszigetelő* (2. *ábra*)*. A dugattyú anyaga valamelyest hővezető. Kezdő állapotban mindegyik térfélben* 1–1 mol *hélium van,* 237 K *hőmérsékleten. El lehet-e érni a dugattyú mozgatásával, hogy valamelyik térrészben* 120 K*-re csökkenjen a hőmérséklet?*



2. ábra

(Károlyházy Frigyes)

Megoldás. Adiabatikus változásokra kell gondolnunk. Erre nézve Poisson törvénye érvényes: $p_1V_1^\kappa = p_2V_2^\kappa$, illetőleg a gáztörvény felhasználásával:

$$T_1V_1^{\kappa-1} = T_2V_2^{\kappa-1}.$$

Hélium esetében $\kappa = 5/3$ és $\kappa - 1 = 2/3$.

A henger két részének térfogatát V_1-gyel és V_2-vel jelölve, a dugattyú balra mozgatásával az elgondolható legszélső esetben V_2 az eredeti V-nek kétszerese lesz. Ekkor a kiterjesztett jobb oldali térrészben a hőmérséklet $273 : 2^{2/3} = 172$ K lenne, ami nem elég nagy lehűlés. De ez a lépés sem hajtható végre, hiszen a bal oldali térrész térfogata nem lehet nulla.

Két lépésre van szükség. Először vigyük a dugattyút gyorsan a bal oldali térrész negyedébe. Ekkor a két térrészben

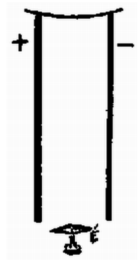
a térfogatok:	0,25 V,	1,75 V,
a hőmérsékletek:	688 K,	188 K,
a nyomások:	10,1 atm,	0,39 atm.

Ezután várjuk meg a hőmérséklet kiegyenlítődését, ami lehetséges, hiszen a dugattyú anyaga kissé hővezető. A létrejövő közös hőmérséklet a számtani középérték, mert a gázok tömege egyenlő. A hőmérséklet mindegyik térrészben 438 K lesz. Ezután átlökjük a dugattyút a jobb oldali térfél negyedébe, ekkor

a térfogatok:	1,75 V,	0,25 V,
a hőmérsékletek:	120 K,	1602 K,
a nyomások:	0,25 atm,	23,5 atm.

Ezzel elértük a kívánt lehűtést. Amennyiben nagyobb térfogatváltozásokat hozunk létre, a lehűlés még nagyobb. Ismételt dugattyúmozgatással az eredmény mindig rosszabb lesz, mert minden mozgatással munkát végzünk, ami emeli az átlaghőmérsékletet.

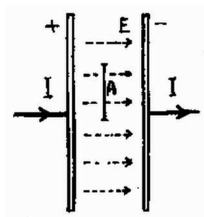
3. *Egy párhuzamosan elhelyezett lemezekből álló kondenzátor fel van töltve* (3. *ábra*)*. A lemezek alsó széle alatt kis iránytű áll. Ezután a lemezek tetejére helyezett pálcával a kondenzátort kisütjük. Hogyan viselkedik a kisülés közben az iránytű?*



3. ábra

(Radnai Gyula)

Megoldás. A pálcában haladó kisütő áram a jobbkéz-szabály szerint az északi pólust a papír síkjára merőlegesen befelé nyomja mágneses erejénél fogva. A feladat lényege azonban az ún. eltolási áram szerepének tisztázása.



4. ábra

Maxwell a múlt század második felében feltételezte, hogy az elektromos térerő időbeli változása a közönséges elektromos áramhoz hasonlóan mágneses erőket okoz a környezetében. Vizsgáljunk egy kondenzátort, amelyet I áram folyamatosan feltölt (4. ábra)! Ezen I áram a környezetében mágneses erőket hoz létre. Közben a kondenzátor terében az E elektromos térerő időben folyamatosan növekszik. Maxwell feltételezte, hogy az A felszínű felületre merőleges, időben változó elektromos térerő olyan mágneses teret hoz létre környezetében, mint az $\varepsilon_0 A \cdot (\mathrm{d}E/\mathrm{d}t)$ amper erősségű áram, amely esetünkben megegyezik a kondenzátort töltő vagy kisütő áram erősségével. Az állítás helyességét a kísérleti nehézségek miatt nem lehet közvetlenül megvizsgálni. Azonban az eltolási áram feltételezésével levezethető az elektromágneses hullámok tulajdonsága, és ezeket a tapasztalat igazolja. Így az időben változó elektromos térerő áramszerű viselkedésének létezése bizonyított.

Feladatunkban a balról jobbra mutató elektromos térerő időben csökken, az ún. eltolási áram a lemezek közötti térben jobbról balra mutat. Ennek mágneses ereje az északi pólust a jobbkéz-szabály szerint a papír síkjából ki akarja emelni, ellentétesen a pálca áramának hatásával. Kérdés, melyik hatás erősebb. Ha például feltételezzük, hogy a kondenzátor lemezei kör alakúak, akkor az eltolási áram a tér minden részében közelebb van az iránytűhöz, mint a pálca, ezért hatása erősebb: az iránytű északi pólusa ki akar emelkedni a papír síkjából.

A verseny eredménye

I. díjat kapott **Kós Géza,** a budapesti Berzsenyi Dániel Gimnázium III. o. tanulója: Koltai Márta.

II. díjat hárman kaptak egyenlő helyezésben: **Csillag Péter,** a budapesti Műszaki Egyetem Villamosmérnöki Karának hallgatója, aki Budapesten a Landler Jenő Híradástechnikai Szakközépiskolában érettségizett; tanárai Darányi László és Szakács László voltak, **Czigler Zoltán** honvéd, aki a budapesti Radnóti Miklós Gyakorló Gimnáziumban érettségizett mint Stróbel Mária tanítványa és **Fáth Gábor** honvéd, aki a budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnáziumban érettségizett mint Horváth Gábor tanítványa.

III. díjat ketten kaptak egyenlő helyezésben: **Fodor Gyula,** a budapesti Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Karának fizikus hallgatója, aki a budapesti Móricz Zsigmond Gimnáziumban érettségizett mint Tarnócziné Gedeon Melitta tanítványa, és **Németh-Buhin Ákos,** a budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Gimnázium IV. osztályos tanulója, tanára Tóth László.

Dicséretet hárman kaptak egyenlő helyezésben: **Frigó József** honvéd, aki Pécsett a Nagy Lajos Gimnáziumban érettségizett mint Tornyos Tivadar tanítványa, **Rácz Attila,** a budapesti Semmelweis Orvostudományi Egyetem hallgatója, aki a soproni Berzsenyi Dániel Gimnáziumban érettségizett mint Nagy Márton tanítványa, és **Szakállas Gyula** honvéd, aki Zalaegerszegen a Zrínyi Miklós Gimnáziumban érettségizett mint Gádor Győzőné tanítványa.

Az Eötvös verseny 2. feladatához kapcsolódik az alábbi feladat, amelynek megoldását a következő számban közöljük:

A henger fala (és a dugattyú rúdja) tökéletesen hőszigetelő, a dugattyú anyaga valamelyest hővezető. Kezdetben mindegyik térfélben 1–1 mol *hélium van* $T_0 = 273$ K *hőmérsékleten. A dugattyú igen lassú mozgatásával a henger bal oldali részének térfogatát* V_0*- ról* V_1'*-re csökkentjük. Mennyi ezután a hélium hőmérséklete a hengerben?*

(Radnai Gyula)