1. Adjuk meg az összes olyan racionális x, y, z számot, amelyre

$$x^2 + y^2 + z^2 + x + y + z = 1.$$

2. Egy 11-gyel nem osztható $2n$-jegyű szám jegyeit felírtam fordított sorrendben. Igazoljuk, hogy ez a szám nem négyzetszám!

3. Igazoljuk, hogy végtelen sok természetes szám írható fel két lényegesen különböző módon négy négyzetszám összegeként!

4. Igazoljuk, hogy minden egész szám végtelen sokféleképpen írható fel öt köbszám összegeként!

5. Adjuk meg az $(x+1)^3 + (x+2)^3 + (x+3)^3 + (x+4)^3 = (x+10)^3$ egyenlet összes racionális megoldását!

6. Igazoljuk, hogy a $4xy - y - x = z^2$ egyenletnek nincsenek pozitív egész megoldásai, de végtelen sok negatív egész megoldása van.

7. Adott p darab különböző egész, ahol p prímszám. Igazoljuk, hogy van köztük kettő, a és b, amelyekre $\dfrac{a}{(a,b)} \geq p$.

8. n és k relatív prím természetes számok. Igazoljuk, hogy ha az 1, 2, …, n számok közül találomra kiválasztok k darabot, $1/n$ lesz annak valószínűsége, hogy a kiválasztott számok összege osztható n-nel. Mi a helyzet, ha k és n nem relatív prímek?

9. Igazoljuk, hogy $\displaystyle\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{[1, 2, \ldots, i]} < 2$.

10. Igazoljuk, hogy ha $a_1, a_2, \ldots, a_k$ különböző, n-nél kisebb természetes számok, s közülük bármely kettő legkisebb közös többese nagyobb n-nél, akkor

$$\sum_{j=1}^{k} \frac{1}{a_j} < 2.$$

Igaz-e ez 2 helyett 3/2-del is?