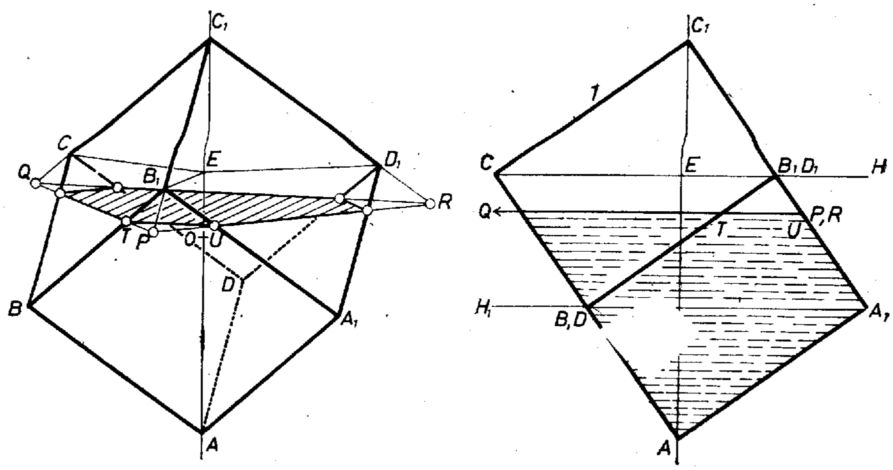
Mivel az edényben a vízen kívül csak levegő van, határfelületük a kívánt beállítás után vízszintes, AC_1-re merőleges lesz. Húzzunk vízszintest a C_1AB_1, C_1AC, C_1AD_1 derékszögű háromszög síkjában a B_1, C, ill. D_1 csúcson át, más szóval a C_1A közös átfogóra merőlegest. Ezek ugyanabban az E pontban metszik C_1A-t, mert oldalaik egyenlősége alapján a 3 háromszög egybevágó, és csúcsaik a felsorolás rendjében felelnek meg egymásnak.



Így a $B_1CD_1 = H$ sík vízszintes. Mivel a kocka H fölötti részének térfogata $(C_1B_1 \cdot C_1C \cdot C_1D_1)/(2 \cdot 3) = 1/6$ egység, tehát az alatta levő részé $5/6$ egység, azért a vizsgálandó vízfelszín H alatt lesz. Másrészt – az eddigieket a kocka O középpontjára tükrözve – a felszín a $BDA_1 = H_1$ vízszintes sík fölött lesz, tehát a vízfelszín-idom határvonalának a kocka H és H_1 közti B_1B, BC, CD, DD_1, D_1A_1, A_1B_1 élein lesz töréspontja, csúcsa és az ezek közti határszakaszai rendre párhuzamosak lesznek a B_1C, $BD, \ldots, A_1B$ lapbeli átlókkal.

Legyen a töréspont a B_1B élen T, a B_1A_1-en U. Meghosszabbítva a C_1B_1BC és $C_1B_1A_1D_1$ lapbeli határdarabokat, ezek a C_1B_1 él meghosszabbításának egy P pontjában metszik egymást, hiszen C_1B_1 a két lap síkjának közös egyenese, és az eddigiekből következik, hogy $B_1P = B_1T = B_1U$. Elegendő lesz ezek x hosszát meghatároznunk, hiszen a kocka a C_1A tengely körüli 120°-os elfordításokkal önmagával fedésbe jut ($B_1C = CD_1 = D_1B_1 = AB\sqrt{2}$), tehát a mondott 6 él mindegyikét x és $(1-x)$ részekre osztja a vízfelszín. P ezen elfordítottjait Q-val, R-rel jelölve az edénybeli levegő térfogatát úgy kapjuk, hogy a C_1PQR gúla térfogatából kivonjuk a B_1PTU gúla térfogatának 3-szorosát, és ez, adatunk szerint:

$$V = \frac{1}{6}\,(1+x)^3 - 3 \cdot \frac{1}{6}\,x^3 = \frac{1}{3}.$$

Ezek szerint a következő egyenlet egy gyökét kell megadnunk két tizedesre kerekítve:

$$f(x) = (1+x)^3 - 3x^3 - 2 = 0.$$

Csak rendszeres próbálgatással juthatunk célhoz, ehhez felhasználjuk az iskolai függvénytáblázat köbtáblázatát.

Mivel $f(0) = -1 < 0$ és $f(0,5) = +1 > 0$, próbálkozzunk a köztük levő $x = 0,25$-dal. Felhasználva 5 hatványait is:

$$f(0,25) = 1,25^3 - 3 \cdot 0,25^3 - 2 = (5^3 \cdot 10^{-2})^3 - 3 \cdot (5^2 \cdot 10^{-2})^3 - 2 = -0,0938 < 0.$$

Ennek alapján $x > 0,25$, nézzük $x = 0,3$-et:

$$f(0,3) = 1,3^3 - 3 \cdot 0,3^3 - 2 = 2,197 - 2,081 = +0,116 > 0.$$

Abszolút értékben véve; az utóbbinak valamivel nagyobb a 0-tól való eltérése, mint $f(0,25)$-é, ennek alapján azt várjuk, hogy x a $(0,25;\ 0,3)$ intervallum első felében lesz. Próbáljuk $x = 0,27$-ot:

$$f(0,27) = 1,27^3 - 3 \cdot 0,27^3 - 2 = -0,0107 < 0,$$

tehát nagyobb x-szel kell próbálkoznunk. Nézzük $x = 0,275$-et, ami az előírt pontosságú kerekítés szempontjából elválasztó érték 0,27 és 0,28 között:

$$f(0,275) = f\left(\frac{11}{40}\right) = \frac{51^3 - 3 \cdot 11^3 - 2 \cdot 40^3}{40^3} = \frac{658}{64\,000} = +0,0103 > 0.$$

Mindezek szerint x értéke a $(0,27;\ 0,275)$ intervallumban van, tehát két tizedesre kerekített (éspedig lekerekített) értéke 0,27, és $(1-x)$ két tizedesre (föl-) kerekített értéke 0,73. Ezzel a feladat kérdésére a választ megadtuk.

Páles Zsolt (Sátoraljaújhely, Kossuth L. Gimn. IV. o. t.)