

Bár évenként egyszer, szeptemberi számunkban bőségesen ellátjuk jótanácsokkal a pontversenyek résztvevőit, kezdőket és haladókat egyaránt, továbbra is kapunk hiányos, sőt rossz bizonyításokat is.

A bizonyítás „művészetéről” sokan és sok helyen írtak már, talán elég, ha a magyar származású Pólya György¹ munkásságára utalunk. Magyarul is megjelent műveinek tanulmányozását minden olvasónknak melegen ajánljuk annál is inkább, mert most az ott leírtaktól némileg eltérő fogódzókat szeretnénk adni azoknak, akik elakadnak egy-egy bizonyítás keresésekor.

Az alábbi problémát és a bizonyítási módszereket *Raymond Smullyan*, amerikai matematikus nyomán bocsátjuk a KÖMAL olvasói rendelkezésére.

A meglehetősen időszerű kérdés a következő: létezik-e a Mikulás? Azok számára, akiket nem győznének meg a gyermekkori emlékek, két bizonyítást is mutatunk.

Gondoljuk meg először, hogy gondosan kitisztított cipőnkben, amelyet este kítettünk az ablakba, reggelre egy cédulát találunk, amin ez áll:

(1) Mindkét állítás hamis, amit ezen a cédulán találsz.

(2) A Mikulás létezik.

Vegyük szemügyre az első állítást. Ha ez igaz, akkor mindkét állítás, így az első is hamis, ami nyilvánvaló ellentmondás. Az első állítás tehát csak hamis lehet. Ez azt jelenti, hogy a cédulán van nem hamis állítás is. Mivel ez nem lehet az első, így a másodiknak kell igaznak lennie. A Mikulás tehát létezik...

Aki gyanakodna, hogy esetleg magát a bizonyítandó állítást használtuk fel a bizonyításban – hogyan került volna másképp a cédula a cipőbe? – annak számára bemutatunk egy másik, immár minden gyanún felül álló gondolatmenetet.

Tekintsük az alábbi állítást:

(*) Ha ez az állítás igaz, akkor létezik a Mikulás.

Nos, ha a (*) állítás igaz, akkor teljesül a (*)-beli feltétel és egy igaz következtetésben az igaz feltételből adódik a következmény. Ha tehát a (*) állítás igaz, akkor a Mikulás valóban létezik. Úgy van tehát, ahogy a (*) állítás mondja, a (*) állítás tehát igaz. Ezt felhasználva a (*) állítás szerint kapjuk, hogy a Mikulás létezik.

Pataki János matematikus
SZTAKI

Felhasznált irodalom: *Raymond Smullyan*: What is the name of this book? Prentice Hall, 1979.

¹Pólya György 1985. szeptember 7-én hunyt el.