

Keith Devlin: Újra a fogoly paradoxonról ¹

A *Scientific American* magazin 1983. májusi és júniusi számának olvasói egy furcsa játékkal találták magukat szemben, az úgynevezett „csali sorsjáték”-kal. Ebben a játékban – és ez nem kacsza – egymillió dollár annyiad részét lehetett nyerni, ahány játékszervényt küldtek be az olvasók. Minden játékos annyi szervényt küldhetett, ahányat csak akart. Hogy a levéláradatot megakadályozzák, egy szervénnyel többszörösen is lehetett nevezni, mégpedig úgy, hogy fel kellett rá írni a figyelembe veendő nevezések számát.

Néhány perces töprengés meggyőzheti az olvasót, hogy a *Scientific American* nem örült meg teljesen. Bár elképzelhető, hogy csak egyetlen egy nevezés érkezik, s akkor az egy teljes milliót nyer, mégis annak sokkal nagyobb a valószínűsége, hogy tömegtelen sok többszörös nevező lesz, így egy-egy nyeremény várhatóan az 1 dollár törtrésze lesz csak. (Ennek ellenére e cikk megírásával megvártam, míg letelik a beküldési határidő. Hátha ...) A „csali sorsjáték” kiírása *Douglas Hofstadter*, a nagy sikerű „*Gödel, Escher, Bach*” c. könyv írójának egy cikkében jelent meg, amelyben példát akart mutatni arra, milyen problémák merülnek fel, ha maximalizálni akarjuk egy olyan helyzetből származó bevételünket, amibe mások is beleszólhatnak. Így a sorshúzás kicsit több volt, mint furcsa játék, és a végső eredmény hamar feledésbe fog merülni. Ám a játékhoz kapcsolódó, az 1983. májusi és júniusi számban megjelent cikk olyan problémát feszeget, ami messzebbre mutat, hosszabb ideje kering, és aminek kifejezetten baljós felhangjai is vannak.

A problémát eredeti megfogalmazására utalva *fogoly paradoxon* néven ismerik, és a következőképpen szól. (Figyelmeztetés: ha az olvasó éppen reggelizik és ma zsúfolt napja lesz, halassza a hátralevő rész olvasását estére. A probléma bizonyítottan képes tönkretenni egy egész napot!) Képzeld el az olvasó, hogy ő és én valamilyen jól fizető szerződés elnyeréséért versengünk. Ajánlatainkat mindketten pontosan ugyanabban a pillanatban, lezárt borítékban adjuk át a (fizető) harmadik félnek, és azok egyetlen szót tartalmaznak: azt hogy „egyedül” vagy azt, hogy „együtt”. Ha mindkettőnk ajánlata „együtt”, akkor a szerződésen osztozunk és mindketten 1000 – 1000 fontot nyerünk az üzleten. Ha egyikünk ajánlata „egyedül”, a másiké pedig „együtt”, akkor az első kapja a szerződést és a 2000 fontot, a másik nem kap semmit. Végül ha mindketten „egyedül”-t ajánlunk, egyikünk sem kapja meg a szerződést, de fáradozásunkat 100 – 100 fonttal honorálják. Mielőtt ajánlatainkat megtennénk, semmilyen formában sem érintkezhetünk, bár tudjuk, ki az ellenfelünk, vizsgálhatjuk jellemét, korábbi viselkedését stb.

Mit tegyünk hát? Ha mindketten „együtt”-et ajánlunk, mindketten 1000 fontot kapunk, ami egyáltalán nem megvetendő. De egyikünk sem akar üres kézzel maradni csak azért, mert „együtt”-et ajánlott, míg a másik „egyedül”-t. Hogy ezt megakadályozzuk, „egyedül”-t kell mondanunk. Ha a másik mégis „együtt”-et ajánl, megkapjuk a 2000 fontot. Az a legvalószínűbb, hogy mindketten úgy érezzük, az „egyedül” a helyes ajánlat, miáltal 100 – 100 fontot kapunk, bár 1000-et kaphattunk volna, ha mindketten az együttműködésre szavaztunk volna! Nos, itt válik a dolog igazán izgalmassá.

Mivel mindketten matematikusok vagyunk, föltehetjük (miért is ne?), hogy műveltek, intelligensek, sőt igazságszerető egyének vagyunk, akik készen állnak az együttműködésre. Tudom, hogy az olvasó is ilyen, és az olvasó is tudja, hogy én ilyen vagyok. Tudom, hogy az olvasó is tudja, és az olvasó is tudja, hogy én is tudom stb. Vagyis tudom, hogy az olvasó tudja, hogy jobb „együtt”-et mondani és fejenként 1000 fontot kapni, mint mindössze 100-zal elsetálni. És az olvasó is tudja, hogy én tudom, hát akkor miért nem ajánlunk mindketten „együtt”-et? Nos, mert szerintem ez örülségnek tűnék. Az én ajánlatom nyilván nem befolyásolja az olvasó ajánlatát, vagyis nem vesztek semmit, ha „egyedül”-t mondom. Ha Ön mégis „együtt”-et mond, akkor 2000 fontot kapok, ami Önt felzaklathatja és megingathatja a belém vetett hitét, de én ezen csak a bankig tudnék sírni. (Végig feltesszük, hogy egyetlen célunk a maximális pénzügyi haszon elérése. Az együttműködésből származó esetleges veszteséget is kompenzálni tudó nemesebb érzések szóba sem jönnek. Van ez így...) Természetesen feltételezem, hogy Ön ugyanígy okoskodik, és szintén „egyedül”-t ajánl, így csak 100 fontot kapok. És itt a bökkenő. Mindketten tudjuk, hogy jobb lenne együttműködni és 1000 fontot kapni, de azt is tudjuk, hogy saját ajánlatunk nem befolyásolhatja a másikét. Tehát akár le is mondhatunk az 1000 fontról azzal, hogy „egyedül”-t mondunk, biztos tudatában annak, hogy minden valószínűség szerint csak 100 fonttal kell beérnünk 1000 helyett. Gondolja végig az olvasó. Minél többet fontolgatja, annál rosszabbnak tűnik a helyzet.

Ha figyelme még mindig nem lankadt, feltehetően már tudja, miért érdeklődnek a matematikusok (és mások) e probléma iránt. Ha ártalmatlan (?) *Spectrum* olvasók helyett szembenálló nagyhatalmak lennének (akik feltehetően nem *Spectrum* olvasók), és ha a kérdés az volna, hogy egy új fegyverrendszert kifejlesztünk-e vagy sem, akkor a játék sokkal de sokkal komolyabb. Ha együttműködünk (vagyis nem fejlesztünk fegyvereket), mindketten milliárdokat takaríthatunk meg, amit például környezetvédelemre fordíthatunk. Ám ha egyikünk nem fegyverkezik, míg a másik igen, akkor az egyik tovább már nem tud tetszése szerint költeni környezetvédelemre, még az is kérdéses, marad-e egyáltalán környezete. Tehát, esetleg vonakodva bár, de mindketten fegyverkezünk. És ez így is van.

A fent ismertetett „fogoly paradoxon” a megjelenése óta eltelt 30 évben állandóan foglalkoztatja a logikusokat. A *Scientific American* 1983. májusi cikkét *Robert Axelrod*-nak, a michigani egyetem politológusának egy érdekes kísérlete eredményezte. Egyfajta, a fogoly paradoxonra emlékeztető körmérkőzéses versenyt szervezett. Az ötlete az volt, hogy a versenyzők ne egyetlen ajánlatot, hanem egy egész ajánlatsort tegyenek, egyiket a másik után, és ne csak ketten versenyezzenek, hanem mindenki sok másikkal. Így minden „versenyző” információkat gyűjthet „ellenfeleiről”, amikre későbbi döntéseit alapozhatja. Ilyen körülmények között mi lesz a legjobb stratégia?

A verseny első fordulójára Axelrod tizennégy matematikai típust kapott, és mindegyikkel számítógépes programot íratott, amik a verseny során követendő döntési stratégiákat imitáltak. Ezután egy számítógépen minden stratégiát

¹ A cikk a *Mathematical Spektrum* (Sheffield, Anglia) folyóirat 17. kötetének 2. számában jelent meg.

minden stratégia ellen 200-szor lejátszatott, lehetővé téve, hogy ezalatt az ellenfélről információkat gyűjthessenek. A verseny kimenetelének részletes leírása érdekesítő olvasmány, de a legfontosabb tény mégis az, hogy az összes közül a legegyszerűbb stratégia nyert. Ezt „ha te úgy, én is úgy” elnevezéssel illethetnénk, s lényege: az első ajánlat „együtt”, azután mindig az, amit az ellenfél előzőleg mondott.

A második fordulóra Axelrod 62 nevezést kapott, köztük a fenti stratégiát. Minden nevező tudta, hogy az első fordulót ez nyerte, és azt is, hogy ott lesz a második fordulóban részt vevő stratégiák között. Annak ellenére, hogy az összes többi stratégia megpróbált előnyt kovácsolni ebből, a végeredmény ugyanaz lett. A „ha te úgy, én is úgy” könnyedén győzött. Matematikailag legalább is meggyőző volt az eredmény. A legjobb módszer megpróbálni együttműködni, és amikor szembekerülünk az ellenféllel, akkor kerülni az újabb összetűzést. Valójában a tizenöt legsikeresebb stratégia közül csak egy volt elég kitartó, de 1000 ajánlattétel után az is elvérzett. Valamilyen tanulságot feltehetően valamennyien levonhatunk ebből.

Fordította: Fried Katalin