Tekintsünk n db 1-es és n db 2-es számjegyet. Kétféleképpen is leszámláljuk, hogy ezt a $2n$ jegyet hány különböző sorrendben írhatjuk le. E leszámolások eredménye a bizonyítandó egyenlőség jobb, ill. bal oldala lesz, és ezzel az állítást beláttuk.

Ha a $2n$ hely közül kijelöljük, hogy melyekre kerüljön 1-es, akkor ezzel a sorrendet egyértelműen meghatároztuk. Az egyesek helyét $\binom{2n}{n}$-féle módon adhatjuk meg, vagyis a lehetséges sorrendek száma $\binom{2n}{n}$.

Képzeljük el most a $2n$ jegyet valamilyen sorrendben leírva, majd párba foglaljuk a $(2k-1)$-edik és a $2k$-adik jegyet, $k=1,\ \ldots,\ n$, és így a jegyek sorrendjét párok sorrendjének is felfoghatjuk. Könnyen látható, hogy a jegyek két különböző sorrendjéhez nem tartozhat párok azonos sorrendje és viszont. Leszámoljuk tehát, hogy hányféle sorrendben írhatók fel a párok. A kialakított számpárok (1, 1), (1, 2), (2, 1) és (2, 2) alakúak lehetnek. Tegyük fel, hogy (1, 1) alakú párból k darab van. Ez $2k$ darab 1-est tesz ki, és így $k \leq \left[\frac{n}{2}\right]$. Mivel a (2, 1) és (1, 2) alakú párok együttvéve ugyanannyi 1-est tartalmaznak, mint 2-est, azért (2, 2) alakú párból is k darab van, és így a vegyes párok száma összesen $n-2k$. $\binom{n}{k}$-féle módon jelölhetjük ki az (1, 1) alakú párok helyét, a megmaradó $(n-k)$ helypárból $\binom{n-k}{k}$ különböző választási lehetőség adódik a (2, 2) típusú párok száma. Ezután a meglévő $n-2k$ helypárra vegyes összetételű párokat kell berakni. Minden egyes helypárnál szabadon dönthetünk, hogy (2, 1) vagy (1, 2) alakú párral töltjük ki, így összesen 2^{n-2k} módon foglalhatjuk el a maradékok helyeket. Könnyen ellenőrizhető, hogy az itt végiggondolt lehetőségek különböző sorrendeket adnak, és így összesen $2^{n-2k}\binom{n}{k}\binom{n-k}{k}$ sorrendben írhatók fel a párok, ha feltételezzük, hogy (1, 1) alakú pár k darab van. Mivel k bármely 0 és $\left[\frac{n}{2}\right]$ közötti egész számot jelölhet, az összes lehetséges sorrendek száma ezen az úton:

$$\sum_{k=0}^{[\frac{n}{2}]} 2^{n-2k}\binom{n}{k}\binom{n-k}{k}.$$

Orosz Árpád (Pécs, Széchenyi I. Gimn., IV. o. t.)