

A feltevés alakításával és ismert azonosságokat felhasználva

$$\sin 2x \cos y + \cos 2x \sin y = 5 \sin y,$$

$$\operatorname{tg} y = \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{\sin 2x}{5 - \cos 2x} = \frac{\frac{2 \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}}{5 - \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}} = \frac{2 \operatorname{tg} x}{6 \operatorname{tg}^2 x + 4},$$

hacsak $\cos y \neq 0$. Ennélfogva

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y} = \frac{\operatorname{tg} x + \frac{2 \operatorname{tg} x}{6 \operatorname{tg}^2 x + 4}}{1 - \frac{2 \operatorname{tg}^2 x}{6 \operatorname{tg}^2 x + 4}} = \frac{6 \operatorname{tg} x (\operatorname{tg}^2 x + 1)}{4(\operatorname{tg}^2 x + 1)} = \frac{3}{2} \operatorname{tg} x,$$

hacsak $\operatorname{tg}(x + y)$ értelmezhető, vagyis $x + y \neq (2k + 1)\frac{\pi}{2}$. Ezt kellett bizonyítanunk.

A felhasznált $\cos y \neq 0$, azaz $\sin^2 y \neq 1$ egyenlőtlenséget (1) biztosítja, hiszen onnan $|\sin y| \leq 0,2$.

Az $x + y \neq (2k + 1)\frac{\pi}{2}$ kizárást – mint két változó közti összefüggést – (1) önmagában nem biztosíthatja: külön kellett megkövetelnünk. A kizárt eset lép fel, ha $\cos x = \sin y = 0$, azaz pl. $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 0$.

Megjegyzés. Többen a sinustétel és a tangenstétel felhasználásával vélték bizonyítani az állítást, föltételezték, hogy y és $2x + y$ egy háromszög szögei. Ez durva leszűkítése a kérdésnek, hiszen a sinusfüggvény minden valós helyen értelmezve van.