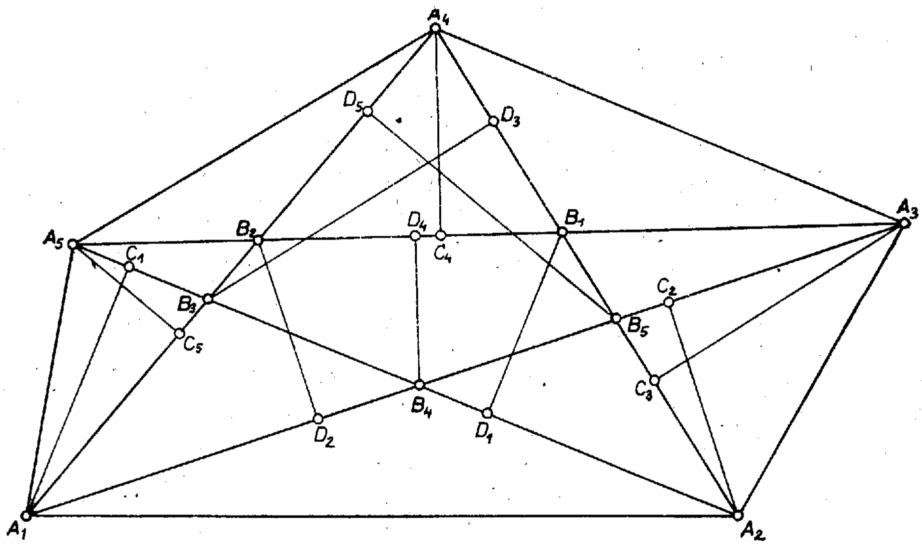
$$(1)\qquad A_1B_4 \cdot A_2B_5 \cdot A_3B_1 \cdot A_4B_2 \cdot 4_5B_3 = A_1B_3 \cdot A_2B_4 \cdot A_3B_5 \cdot A_4B_1 \cdot A_5B_2,$$

$$(2)\qquad A_1B_5 \cdot A_2B_1 \cdot A_3B_2 \cdot A_4B_3 \cdot A_5B_4 = A_1B_2 \cdot A_2B_3 \cdot A_3B_4 \cdot A_4B_5 \cdot A_5B_1.$$



Jelöljük A_i-nek a vele szomszédos csúcsokat összekötő $A_{i-1}A_{i+1}$ átlón levő vetületét C_i-vel ($i = 1, 2, 3, 4, 5$, ha egy index nagyobbnak adódik, mint 5, helyette az 5-tel kisebb szám veendő s i. t.), és szorozzuk meg az (1) bal és jobb oldalán álló szorzatokat – külön-külön – az $A_1C_1 \cdot A_2C_2 \cdot A_3C_3 \cdot A_4C_4 \cdot A_5C_5$ szorzattal. Alkalmas csoportosítás után a kéttényezős szorzatokban bizonyos háromszögek területének 2-szeresét ismerjük fel: e területeket a 3 csúcs felsorolásával jelölve:

$$(A_1B_4 \cdot A_2C_2) \cdot (A_2B_5 \cdot A_3C_3) \cdot (A_3B_1 \cdot A_4C_4) \cdot (A_4B_2 \cdot A_5C_5) \cdot (A_5B_3 \cdot A_1C_1) =$$
$$(2A_1A_2B_4) \cdot (2 \cdot A_2A_3B_5) \cdot (2 \cdot A_3A_4B_1) \cdot (2 \cdot A_4A_5B_2) \cdot (2 \cdot A_5A_1B_3),$$

és hasonló alakítással ugyanezeket a tényezőket kapjuk a jobb oldalból:

$$(A_1B_3 \cdot A_5C_5) \cdot (A_2B_4 \cdot A_1C_1) \cdot (A_3B_5 \cdot A_2C_2) \cdot (A_4B_1 \cdot A_3C_3) \cdot (A_5B_2 \cdot A_4C_4) =$$
$$(2 \cdot A_1B_3A_5) \cdot (2 \cdot A_2B_4A_1) \cdot (2 \cdot A_3B_5A_2) \cdot (2 \cdot A_4B_1A_3) \cdot (2 \cdot A_5B_2A_4).$$

És mivel valódi ötszögben szorzónk öt tényezőjének egyike sem 0, a szorzatok egyenlőségéből következik, hogy az eredeti szorzatok is egyenlők.

Legyen továbbá B_i vetülete az $A_{i-1}A_{i+1}$ átlóra D_i és szorozzuk (2) két oldalát külön-külön az öt B_iD_i szakasz szorzatával. Ekkor az előbbiekhez hasonlóan

$$(A_1B_5 \cdot B_2D_2) \cdot (A_2B_1 \cdot B_3D_3) \cdot (A_3B_2 \cdot B_4D_4) \cdot (A_4B_3 \cdot B_5D_5) \cdot (A_5B_4 \cdot B_1D_1) =$$
$$(2 \cdot A_1B_5B_2) \cdot (2 \cdot A_2B_1B_3) \cdot (2 \cdot A_3B_2B_4) \cdot (2 \cdot A_4B_3B_5) \cdot (2 \cdot A_5B_4B_1) \quad \text{és}$$
$$(A_1B_2 \cdot B_5D_5) \cdot (A_2B_3 \cdot B_1D_1) \cdot (A_3B_4 \cdot B_2D_2) \cdot (A_4B_5 \cdot B_3D_3) \cdot (A_5B_1 \cdot B_4D_4) =$$
$$(2 \cdot A_1B_2B_5) \cdot (2 \cdot A_2B_3B_1) \cdot 2 \cdot A_3B_4B_2) \cdot (2 \cdot A_4B_5B_3) \cdot (2 \cdot A_5B_1B_4),$$

és az átalakított szorzatok zárójelbe foglalt területtényezői rendre megegyeznek. Itt sem léphetett fel 0 tényező. Ezzel az állításokat bebizonyítottuk.