I. megoldás. Könnyű látni, hogy ha $(x_0,\ y_0)$ egy megoldása (1)-nek, akkor $(-x_0,\ -y_0)$ is megoldás, ezért elég megkeresni azokat a megoldásokat, amelyekben $y>0$ (hiszen $y=0$ úgysem megoldás). Tekintsük y-t egyelőre paraméternek, így a

$$2x^2-17yx+(8y^2+423)=0$$

egyenletből

$$x=\frac{1}{4}(17y\pm\sqrt{D}),\tag{2}$$

ahol D a diszkriminánst jelöli:

$$D=289y^2-8(8y^2+423)=225y^2-3384,$$

ennek egy z egész szám négyzetének kell lennie, másrészt (2) zárójelében 4-gyel osztható számnak kell adódnia. Így

$$225y^2-z^2=(15y-z)(15y+z)=3384=2^3\cdot 3^2\cdot 47,$$

tehát $15y-z=d_1$ és $15y+z=d_2$ egymásnak a 3384-re nézve kapcsolt osztói:

$$\begin{aligned}15y-z&=d_1,\\ 15y+z&=d_2,\end{aligned}$$

és innen, figyelembe véve (2)-t is:

$$y=\frac{d_1+d_2}{30},\qquad z=\frac{d_2-d_1}{2},$$
$$x_1=\frac{1}{4}(17y+z)=\frac{d_1+16d_2}{60},\qquad x_2=\frac{1}{4}(17y-z)=\frac{16d_1+d_2}{60}.$$

z miatt d_1-nek és d_2-nek egyező párosságúnak kell lennie, vagyis mindkettőnek párosnak. y miatt pedig mindkettőnek 3-mal oszthatónak kell lennie, hiszen ha egyikük nem osztható vele, akkor a másik 3^2-nel osztható, így pedig d_1+d_2 nem osztható 3-mal. Eszerint d_1 és d_2 oszthatók 6-tal és további tényezőik csak a $3384:6^2=94=2\cdot 47$ szám tényezőiből választhatók. Erre két lehetőség van (hiszen d_1, d_2 egyező előjelűek, és $y>0$ miatt pozitívok):

$$\text{vagy}\begin{cases}d_1=6\cdot 1,\\ d_2=6\cdot 94,\end{cases}\qquad \text{vagy}\begin{cases}d_1=6\cdot 2,\\ d_2=6\cdot 47.\end{cases}$$

(fölcserélésük csak z előjelét változtatná meg, ami lényegtelen).

A másodikból y nem egész; az elsőből

$$y=19,\quad z=279,\quad x_1=11,\quad x_2 \text{ nem egész},$$

ennélfogva (1)-nek csupán két megoldása van egész számokban:

$$x=11,\quad y=19\quad \text{és}\quad x=-11,\quad y=-19.$$

II. megoldás. Megpróbáljuk szorzattá alakítani az ismeretleneket tartalmazó tagokból álló kifejezést. Határozatlan együtthatókkal kísérletezve a kívánt

$$2x^2-17xy+8y^2=(Ax+By)(Cx+Dy)$$

azonosságból az együtthatók összehasonlítása alapján az

$$AC=2,\qquad BD=8,\qquad BC+AD=-17$$

egyenleteket kapjuk. Ezek szerint a BC, AD számok szorzata 16, összegük -17, vagyis e szorzatok kielégítik a

$$z^2+17z+16=0$$

egyenletet. Így BC, AD közül az egyik -1, a másik -16. Az $AC=2$ szerint pedig – ha az együtthatókat az egész számok között keressük – A és C közül az egyik 1, a másik 2. Ha $A=2$ és $C=1$, akkor AD már csak -16 lehet, tehát $D=-8$ és $B=-1$.

A szorzattá alakítás után kapjuk, hogy (1) ekvivalens a

$$(2x-y)(8y-x)=9\cdot 47$$

egyenlettel. A bal oldal két tényezőjének a különbsége $(9y-3x)$, ami osztható 3-mal, így a jobb oldalnak csak két felbontása jön szóba: $3\cdot 141$ és $(-3)\cdot(-141)$. Ha általában

$$2x-y=U\qquad \text{és}\quad 8y-x=V,$$

akkor

$$x=\frac{8U+V}{15},\qquad y=\frac{U+2V}{15}.$$

Mivel $141+2\cdot 3$ nem osztható 5-tel, $U=\pm 141$ nem vezet egész megoldásra. Ha viszont $U=\pm 3$, akkor $x=11$, $y=19$ vagy $x=-11$, $y=-19$, tehát ez a két számpár az összes megoldás.