



## Kürschák József

Halálának ötvenedik évfordulója alkalmat nyújt arra, hogy megemlékezzünk arról a nagy magyar matematikusról, akinek nevét matematikai emlékversenyt is őrzi, de akiről még a versenyen részt vevők sem igen tudják, ki volt tulajdonképpen.

Kürschák József Budán született 1864. március 14-én, egy, a Felvidékről odaköltözött iparos családból. Később még egy fiútestvére született. Édesapját korán elveszítette, így a két fiú nevelésének minden gondja édesanyjára maradt, aki nagy nélkülözések árán mindkettőjüket kitaníttatta.

1873-ban iratkozott be a budai állami főreáliskolába (ma Toldy Ferenc Gimnázium), ahol minden tárgyból jeles eredménnyel végzett. Matematikai tehetségére *Kreybig Lajos*, az ábrázoló geometria tanára figyelt fel. Egyik órán egy ábrázoló geometriai feladat kissé hosszadalmas megoldását ismertette diákjaival. Alighogy befejezte mondanivalóját, Kürschák felállt és egy sokkal rövidebb megoldást adott a feladatra. Tanára megdicsérte a bátor diákokat, elismerve, hogy az ő megoldása jobb, és ezentúl ellátta őt matematikai feladatokkal.

Érdeemes egy kicsit megállni ennél a pontnál. A történet maga eléggé szokványos. Tudjuk, hogy egész sor kiváló matematikus tehetségére először tanára figyelt fel már az elemi vagy középiskolában. Ez rendszerint úgy történik, hogy a diák a tanár által előadott megoldástól eltérő, eredeti megoldással áll elő, ami az alkotó matematikai gondolkodás meglétére utal. Arról viszont nincsenek adataink, hogy hány diák veszett el a matematika számára, mert nem elismerést, hanem letorkolást kapott a tanártól. Ezzel általában örökre elvették kedvét a matematikától, amelyet merev, áthághatatlan szabályokból álló tudománynak könyvelt el a diák, ahol a képzelőerőnek, az újat akarásnak nem sok esélye van. Hogy ez mennyire nincs így, egy anekdotával próbáljuk érzékeltetni. Egyszer *David Hilbert* (1862–1943) világhírű német matematikustól érdeklődtek egy volt diáktársa felől, aki szintén matematikusnak készült. Hilbert így válaszolt: „Az ? Író lett. Kalandregényeket ír. A matematikához nem volt elég fantáziája.”

A középiskola elvégzése után Kürschák József a műegyetem tanárképző osztályán folytatta tanulmányait, ahol ak-

kor kiváló matematikusok működtek. Különösen *König Gyula* (1849–1913) volt rá nagy hatással, akinek irányításával már az egyetemen önálló kutatómunkába kezdett. Első dolgozatát is König Gyula mutatta be a Magyar Tudományos Akadémia III. osztályának február 12-i ülésén. Az értekezés később a *Mathematische Annalen* című tekintélyes folyóiratban is megjelent. Ebben a diákkori cikkében Kürschák új és igen szemléletes bizonyítását adta annak az ismert tételnek, hogy a körbe írt ugyanannyi oldalú sokszögek közül a szabályos sokszög területe a legnagyobb, a kör köré írt sokszögek közül pedig a szabályos sokszög területe a legkisebb. Az a kérdés, hogy a legnagyobb, ill. a legkisebb érték egyáltalán létezik-e, addig fel sem merült, létezésüket hallgatólagosan elfogadták. Kürschák volt az első, aki ezek létezését szabatosan be is bizonyította.

A műegyetem elvégzése után egy ideig középiskolai tanárként működött: két évig a roznányi (ma Roznava, Csehszlovákia) főgimnáziumban, néhány hónapig a debreceni főreáliskolában, két évig pedig a budapesti V. kerületi főreáliskolában. Miután 1890-ben a budapesti tudományegyetemen matematikából ledoktorált, 1891-ben König Gyula javaslatára a műegyetemre került. Ettől kezdve ott folytatta tudományos pályafutását. Hamarosan magántanár, 1896-ban nyilvános rendkívüli, 1904-ben pedig nyilvános rendes tanár lett. Volt dékán, sőt 1916 és 1918 között rektor is. Kiváló tanárok, mérnökök egész sora került ki a keze alól. „*A tanárság és a hallgatóság körében a műegyetemnek egyik legtiszteltebb és legnépszerűbb tanára volt*” – írja róla emlékbeszédében kollégája, *Rados Gusztáv*. Kürschák József hasonló szerepet töltött be hazánk matematikai életében a század első évtizedeiben, mint korábban König Gyula. A századforduló körül König Gyula volt csaknem minden magyar matematikus mestere. Később pedig „Kürschák apánk” világos, gondolatébresztő előadásai jelentették a fiatal matematikusok számára az első indíttatást. A későbbi nagyok közül ide sorolható pl. *Fejér Lipót*, *Riesz Frigyes*, *Neumann János* is. Jelentőségükről így ír *Turán Pál* (1910–1976): „*A magyar matematikát európai szintre – eltekintve a Bolyaiak nagy jelentőségű, de a maguk korában teljesen visszhang nélkül maradt tevékenységétől – König Gyula és Kürschák József emelték fel.*”

Nemzetközi visszhangot kiváltó tudományos munkája meghozta számára a hazai elismerést is. Rendkívül fiatalon, 32 évesen lett az MTA levelező tagja 1896-ban. Rendes tag 1914-ben lett, majd 1931-től a III. osztály titkára és az igazgatótanácsnak is tagja. Több évig szerkesztette a *Mathematikai és Természettudományi Értesítőt*, az Akadémia folyóiratát is. 1902-ben munkatársa lett egy Hollandiában megjelenő referáló (a tudományos eredményekre csak röviden rámutató) folyóiratnak. Ezzel először vált lehetővé, hogy a magyar nyelvű matematikai munkákról is tudomást szerezzon a világ. 1907-ben a holland tudományos akadémia tiszteletbeli tagja lett. Legnagyobb nemzetközi sikerét az 1912-ben Cambridge-ben tartott ötödik Nemzetközi Matematikai Kongresszuson érte el. Itt mutatta be élete főművét, értékelésméletét, ami főleg a testelmélet fejlődésére hatott termékenyítőleg. Idevágó eredményeit „*Über Limesbildung und allgemeine Körpertheorie*” címen a *Crelle Journal* 142. kötetében tette közzé 1913-ban.

Ahhoz, hogy a Kürschák-féle értékelésmélet lényegét vázolhassuk, szükségünk van mindenekelőtt a *számtest* fogalmára. Testnek nevezünk egy olyan (legalább kételemű) halmazt, amelyben értelmezve van az összeadás és szorzás szokásos tulajdonságaival rendelkező két művelet, és ezek inverz műveletei (a kivonás és osztás) korlátlanul elvégezhetőek, kivéve a nulla elemmel való osztást. A racionális, a valós, a komplex számok halmazai például külön-külön testet alkotnak. Az egész számok halmaza nem test, mert benne nem végezhető el korlátlanul az osztás. Pl. 2 osztva 3-mal nem ad egész számot. A testekre a legfontosabb példákat a fenti számtestek adják.

A valós és a racionális számtest algebrailag nem zárt,\* mert például nem oldható meg bennük minden legalább másodfokú egyenlet. Az  $x^2 + 1 = 0$  egyenlet például nem oldható meg a valós – ebből következően a racionális – számtestben sem. A valós számokból testbővítés útján kapott komplex számtest viszont már algebrailag zárt.

(Komplex számok az  $a + b \cdot i$  alakú számok, ahol  $a$  és  $b$  valós számok,  $i = \sqrt{-1}$  pedig a képzetes egység.) Az  $x^2 + 1 = 0$  egyenlet megoldása  $x_{1,2} = \pm i$ . *E. Steinitz* 1910-ben megmutatta, hogy minden test algebrailag zárt testté bővíthető.

Ha a határérték fogalmát testekre akarjuk általánosítani, akkor szükség van valamiféle abszolút érték jellegű mennyiség definiálására a testben. A határérték (egyik) definíciója ugyanis az abszolút érték fogalmára épül. Kürscháknak sikerült definiálnia a test elemeinek egy olyan értékelését (*Bewertung*), amely rendelkezik az abszolút érték szokásos tulajdonságaival, tehát annak általánosításának tekinthető. Az értékelés segítségével definiálható a test elemeiből alkotott sorozatok határértéke, illetve azok sűrűsödési helyei. Ha a sűrűsödési helyek mindegyike a testhez tartozik, akkor a testet teljesnek nevezzük. Kürschák megmutatta, hogy minden (ilyen módon) értékelhető test megfelelő bővítéssel teljessé és algebrailag zárttá tehető, amely bővített test szintén értékelhető. Ezt az eredményt az általa bevezetett  $p$ -adikus számok testével illusztrálta.

Ezen fő eredménye mellett még a matematika számos más területén is jelentőset alkotott. Első nemzetközi feltűnést keltő eredménye a szerkesztésmélettel kapcsolatos. Ismeretes, hogy minden euklidészi szerkesztés elvégezhető egy körző és egy vonalzó segítségével. Kürschák megmutatta, hogy a körző mindig helyettesíthető egy átrakható vonaldarabbal. Ez az eredménye bekerült *Hilbert* alapvető művébe (*A geometria alapjai*).

Foglalkozott a számelméletben igen nevezetes *Waring-sejtéssel* is. *Waring* angol matematikus 1770-ben mondta ki azt a sejtést, hogy minden pozitív egész szám előállítható véges számú  $n$ -edik hatvány összegeként. Pl. minden pozitív egész szám előállítható mint legfeljebb 4 négyzet, legfeljebb 9 köb, legfeljebb 19 negyedik hatvány összege stb. A sejtést csak 1909-ben sikerült *Hilbert*nek bebizonyítania. Kürschák néhány nappal *Hilbert* cikkének megjelenése után lényegesen egyszerűsítette a bizonyítást. Ennek köszönheti, hogy a francia matematikai enciklopédia *Hadamard* mellett őt bízta meg a számelmélettel foglalkozó kötet megírásával is.

\*Egy számtest *algebrailag zárt*, ha minden testbeli együtthatókkal rendelkező polinomnak van a testben gyöke.

Munkásságának fontos területe volt a variációszámítás is, amely függvények (geometriailag görbék) közül keresi a valamely szempontból optimális viselkedésűt. Megalapítója *Johann Bernoulli* (1667–1748) volt, aki először vetett fel ilyen jellegű problémát, nevezetesen a következőt: Csússzék egy tömegpont a nehézségi erő hatására súrlódásmentesen a magasabban fekvő  $A$  pontot az alacsonyabban fekvő  $B$  ponttal összekötő valamely görbe mentén. Melyik görbe mentén lesz a mozgás ideje a legrövidebb? A meglepő megoldást Johann Bernoulli bátyja, *Jacob Bernoulli* (1654–1705) adta meg: a megoldás nem a két pontot összekötő egyenes, hanem az ún. ciklois. A variációszámítást rendszeres tudománnyá *Leonhard Euler* (1707–1783) fejlesztette. Kürschák a variációszámításban fellépő parciális differenciálegyenleteknél azt vizsgálta, hogy bizonyos értelemben különböző variációs feladatok megoldása milyen feltételek mellett lesz azonos. Ezzel kapcsolatban sikerült általánosítania egy, még Eulertól származó fontos tételt.

Kürschák József nem volt a külvilágtól elzárkózó, „fennkölt” tudós. Igen széles körű közéleti tevékenységet fejtett ki. Szíviügyének tekintette a matematika népszerűsítését és oktatását is. Igen jó tudománytörténeti és népszerűsítő cikkeket írt. Munkatársa volt a Pallas Nagy Lexikonának is. Nagyon az érdemei a két Bolyai elismertetése terén, főként neki köszönhető, hogy megjelenhetett a Tentamen és az Appendix második kiadása. Mint az Országos Köznevelési Tanács tagja, részt vett az új középiskolai matematika tanterv kidolgozásában.

Egyik alapítója és tevékeny tagja volt az 1891-ben alakult Matematikai és Fizikai Társulatnak. Volt a Társulat alelnöke és lapjának szerkesztője is. Egyik elindítója volt a matematikai versenymozgalomnak. Kezdeményezésére a Társulat 1894-ben feladatmegoldó versenyt indított annak örömére, hogy elnöke, Eötvös Loránd, vallás- és köznevelési miniszter lett. A versenyt ezért később Eötvös-versenynek nevezték el. A matematikai tanulmányversenyt évenként összel rendezték meg az érettségizett tanulók számára Budapesten és Kolozsvárott, majd az 1. világháború után Budapesten és Szegeden. Ilyen jellegű versenyt addig még egyetlen országban sem rendeztek.

Ez az úttörő kezdeményezés igen sikeresnek bizonyult. Szervezetté tette a tehetségek kiválasztását, ezzel hozzájárult ahhoz, hogy hazánk valóságos matematikai nagyhatalommá vált a 20. században. Sok későbbi kiváló matematikus és fizikus nevét találjuk a verseny győztesei között.

Kürschák József 1929-ben kiadta könyv alakban az első 32 verseny anyagát „Matematikai versenytételek” címmel. A könyv hasznosságát mi sem bizonyítja jobban, mint – a későbbi versenyek anyagával kibővített – magyar, angol, román, japán, orosz nyelvű kiadás.

A felszabadulás után a matematikusok a Bolyai János Matematikai Társulatba tömörültek, a verseny pedig „Kürschák József matematikai emlékversenyt” néven él tovább, méltán örökítve meg annak a matematikusnak a nevét, aki élete végéig nagy gonddal és szeretettel kísérte a matematikai tanulmányversenyek ügyét.

A budai Hunyadi János út 14. szám alatti családi otthon melege jó hátteret biztosított az alkotó szellemi munka végzéséhez. Utolsó éveit súlyos betegség árnyékolta be. 1933. március 26-án hunyt el Budapesten.