Ebben az évben Franciaország rendezte meg a XXIV. Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát, Párizsban. Bár a részt vevő államok száma már 32-re emelkedett, az egy–egy országból meghívott diákok számát a tavalyi néggyel szemben hatra növelték. Az Olimpiával kapcsolatos rendezvényeket július 1. és 12. között bonyolították le; a versenydolgozatokat július 6-án és 7-én írták meg a versenyzők. A 3 – 3 feladat megoldására négy és fél óra állt rendelkezésre. A feladatok a következők voltak (zárójelben a feladatot javasló ország neve):

1. *Határozzuk meg a pozitív valós számok halmazán értelmezett összes olyan pozitív értékű f függvényt, amely kielégíti a következő feltételeket:*

(1) $$f(xf(y)) = yf(x$$

minden pozitív x, y számra;

(2) $$f(x) \to 0, \text{ ha } x \to +\infty.$$

(Anglia)

2. *Az ugyanabban a síkban fekvő, különböző sugarú C_1 és C_2 körök metszik egymást. Jelölje C_1 középpontját O_1,C_2-ét O_2, egyik metszéspontjukat pedig A. Egyik közös érintőjük P_1-ben érintse C_1-et, P_2-ben pedig C_2-t, míg a másik közös érintőjük érintse C_1-et Q_1-ben és C_2-t Q_2-ben. Legyen továbbá P_1Q_1 felezőpontja M_1, P_2Q_2 felezőpontja M_2.*

Bizonyítsuk be, hogy az O_1AO_2 szög egyenlő az M_1AM_2 szöggel!

(Szovjetunió)

3. *Legyenek a,b,c páronként relatív prím, pozitív egész számok. Mutassuk meg, hogy*

$$2abc - ac - bc - ca$$

az a legnagyobb egész szám, amely nem írható fel

$$xbc + yca + zab$$

alakban, ahol x,y és z nem negatív egész számokat jelölnek.

(NSZK)

4. *Legyen ABC egyenlő oldalú háromszög. Álljon az E halmaz az AB,BC és CA zárt szakaszok összes pontjából.*

Igaz–e, hogy bármilyen módon osztjuk is fel E-t két diszjunkt részhalmazra, ezeknek a részhalmazoknak legalább egyikében mindig van három olyan pont, amelyek egy derékszögű háromszög csúcspontjai.

Válaszunkat indokoljuk is meg!

(Belgium)

5.*Kiválasztható-e a 10^5-nél nem nagyobb pozitív egész számok halmazából 1983 különböző szám úgy, hogy közülük semelyik három ne legyen valamely számtani sorozat három (közvetlenül) egymás utáni eleme?*

Válaszunkat indokoljuk is meg!

(Lengyelország)

6. *Jelölje a,b,c egy háromszög oldalainak a hosszát. Bizonyítsuk be, hogy*

$$a^2b(a-b) + b^2c(b-c) + c^2a(c-a) \geqq 0.$$

(USA)

*

Minden feladat megoldásáért 7 pont járt, egy, versenyző tehát maximálisan 42 pontot, egy ország csapata pedig 252 pontot érhetett el.

A verseny zsűrije szokatlanul hosszú és éles vita után úgy döntött, hogy első díjat kap az a kilenc versenyző, akinek pontszáma legalább 38 (közöttük négyen: három NSZK-beli és egy szovjet diák elérte a 42-es pontszámot); a 27 második díjat a legalább 26 pontot elért versenyzők kaptak; az 57 harmadik díj alsó határa pedig 15 pont volt.

A magyar versenyzők sikeresen szerepeltek ez alkalommal is, valamennyien a díjazottak közé kerültek, ami azért is értékes eredmény, mert a verseny színvonala és követelményei az átlagosnál magasabbak voltak. A magyar csapat tagjai és eredményeik:

Megyesi Gábor, a szegedi Ságvári Endre Gyak. Gimn. II. osztályos tanulója, 2. díjas (36 pont);
Hetyei Gábor, a pécsi Leöwey Klára Gimnázium IV. osztályos tanulója, 2. díjas (32 pont);
Tóth Gábor, a budapesti Fazekas Mihály Gyak, Gimnázium IV. osztályos tanulója, 2. díjas (32 pont);
Erdős László, a budapesti Berzsenyi Dániel Gimnázium III. osztályos tanulója, 2. díjas (28 pont);
Magyar Ákos, a budapesti Fazekas Mihály Gyak. Gimnázium III. osztályos tanulója, 3. díjas (21 pont);
Törőcsik Jenő, a budapesti Fazekas Mihály Gyak. Gimnázium IV. osztályos tanulója, 3. díjas (21 pont).

Versenyzőink eredményét kiemeli még az a tény is, hogy összteljesítményük alapján az – ebben az évben először hivatalosan is közzétett – országok közötti sorrendben a harmadik helyet érték el.

Az egyes csapatok összpontszáma a következő:

1. NSZK (212); 2. USA (171); 3. Magyarország (170); 4. Szovjetunió (169); 5. Románia (161); 6. Vietnam (148); 7. Hollandia (143); 8. Csehszlovákia (142); 9. Bulgária (137); 10. Franciaország (123); 11. Anglia (121); 12. NDK (117); 13. Finnország (103); 14. Kanada (102); 15. Lengyelország (101); 16. Izrael (97); 17. Görögország (96); 18. Jugoszlávia (89); 19. Ausztrália (86); 20. Brazília (77); 21. Svédország (47); 22. Ausztria (45); 23. Spanyolország (37); 24. Kuba (36); 25. Marokkó (32); 26. Belgium (31); 27. Tunézia (26); 28. Kolumbia (21); 29. Luxemburg (13); 30. Algéria (6); 31. Kuvait (4); 32. Olaszország (2).

Egy – egy feladat különösen szépnek ítélt megoldásáért a zsűri három külön díjat adott ki.

Ez az Olimpia a világ minden részéből összesereglett diákoknak egy színes, változatos gazdag élményt nyújtó nagy baráti találkozója volt, A csapatok szállása és a verseny Párizs diáknegyedében, a Quartier Latin-ban levő ősi kollégiumnak, a Lycée Louis-le-Grand-nak az épületében volt. (Ebben az iskolában tanult többek között Moliére, Voltaire, Diderot, Robespierre, Hugo, Cyrano de Bergerac, Becquerel, Galois), a nyitó– és záróünnepséget a Sorbonne dísztermében rendezték meg. A Párizsról áttekintő képet nyújtó autóbusz– és hajótúra mellett módunk volt közelről is megismerni a város csodálatos műemlékeit, múzeumait, a versailles-i palotákat. Szabadtéri operaelőadáson vettünk részt a St–Séverin templom udvarán és felmászhattunk az Eiffel–torony második szintjére.

A részt vevő csapatok növekvő száma is mutatja azt a tényt, hogy a nemzetközi diákolimpiák tekintélye és jelentősége is egyre növekszik; ezt bizonyítja az is, hogy már 1990-ig minden évre van jelentkező az Olimpia megrendezésére.

Reiman István