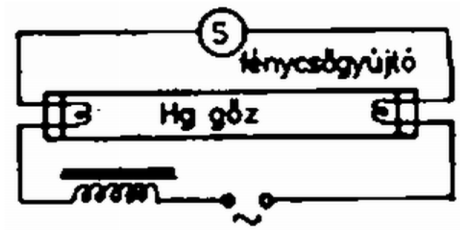


1. ábra

1. *Egy fénycsővet* 50 Hz-*es váltakozó áramú hálózatra kapcsolunk (1. ábra). Működés közben a következő adatokat mérjük:*

hálózati feszültség	$U = 228{,}5$ V,
áramerősség	$I = 0{,}60$ A
feszültség a fényerő két vége között	$U' = 84$ V,
a soros fojtótekercs ohmikus ellenállása	$R_d = 36{,}3\ \ \Omega$.

Számításainkban magát a fénycsővet tiszta ohmikus ellenállásúnak tekinthetjük.

a) *Mekkora a fojtótekercs L önindukciós együtthatója?*

b) *Mekkora a φ fáziseltolódás a feszültség és az áram között?*

c) *Mekkora az áramkör által felvett teljesítmény?*

d) *Azon kívül, hogy a fojtótekercs korlátozza az áramot, más fontos szerepe is van. Mi ez?*

Megjegyzés. A fénycsőgyújtó szerkezet egy olyan kapcsoló, amely a hálózati feszültség bekapcsolásakor zárja, majd nyitja az áramkört, és ezután nyitva is marad, ha a fénycső már világít.

e) *Rajzoljuk meg a működő állapotban levő fénycső fényintenzitását mint az idő függvényét kvantitatív időskálával!*

f) *Miért kell csupán egyszer begyújtani a fénycsövet, noha a váltakozó áram szabályos időközönként átmegy a nulla értéken?*

g) *A gyárban adott útmutató szerint egy kb.* 4,7 μF-*os kondenzátort lehet sorbakapcsolni a fojtótekerccsel. Hogyan hat ez a fénycső működésére, és miért jó ez?*

h) *Vizsgáljuk meg az adott fénycső két felét az adott spektroszkóppal. (A fénycső egyik felén van csak lumineszkáló bevonat.) Magyarázzuk meg a két spektrum közti különbséget!*

Megoldás. (A továbbiakban a hivatalos pontozást is feltüntetjük.) Az *a), b)* és *c)* ponthoz a váltakozó áramra vonatkozó összefüggések érvényesek.

a) A teljes impedancia $Z = 380{,}8\,\Omega$. A cső ohmos ellenállása $R_F = 140\ \Omega$, a teljes ohmos ellenállás $R = 166{,}3\,\Omega$.

Ebből az ismert összefüggéssel

$$\omega L = \sqrt{Z^2 - R^2} = 342{,}6\,\Omega,$$

amiből $L = 1{,}09$ H. 2 pont

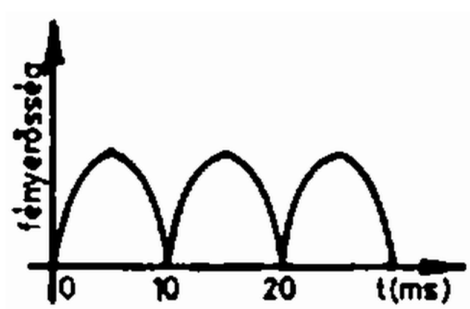
b) $\operatorname{tg}\varphi = (\omega L)/R$, amiből $\varphi = 64{,}1^\circ$. 1 pont

c) A teljesítmény

$$P = UI\cos\varphi = 59{,}8\ \text{W}.$$ 1 pont

d) Amikor a gyújtó zár, áram folyik rajta és ez izzítja a fénycső két végén levő izzószálat. A gyújtó kikapcsolásakor a tekercsen nagy feszültség indukálódik, ami begyújtja a csövet. A működési folyamat fenntartásához a hálózati feszültség már elegendő. 1 pont

e) Az 50 Hz-es hálózatról táplált fénycső másodpercenként 100-szor kialszik, aztán újból világít. Az ennek megfelelő grafikont mutatja a 2. ábra. (A fénycsövet most nem tekinthetjük ohmikus ellenállásúnak!) 1 pont



2. ábra

f) A begyújtáskor az izzószál és az első impulzus sok iont és szabad elektront hoz létre. Ezeknek a semlegesítődéséhez elég sok idő kell. Az újragyújtáshoz szükséges töltéshordozók a feszültség újbóli megjelenésekor még rendelkezésre állnak. 1 pont

g) A 4,7 μF-os kondenzátor impedanciája

$$(\omega C)^{-1} = 677{,}3\,\Omega,$$

ami körülbelül duplája a fojtótekercs impedanciájának. Ezért a kondenzátor a fázisszög előjelét változtatja meg. Az eredő impedancia:

$$Z' = \sqrt{\left[\omega L - 1/(\omega C)\right]^2 + R^2} = 373{,}7\,\Omega,$$

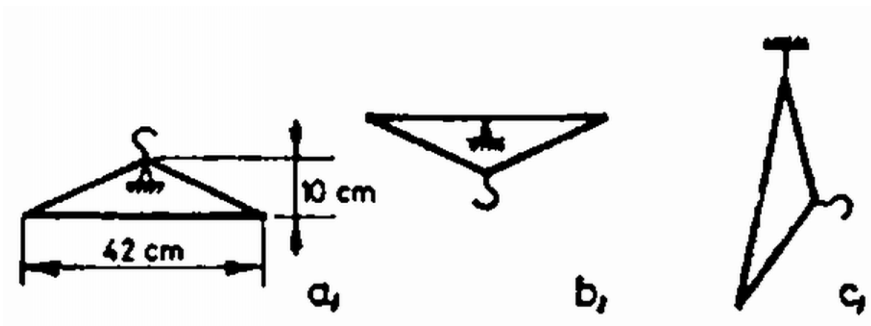
közel azonos a kondenzátor nélküli impedanciával, tehát az áramerősség ugyanakkora.

Ha minden második fénycső elé ilyen „fázisjavító" kondenzátort kötünk, akkor nem lesz eredő fázistolás.

A nagy fázistolás veszteségeket okoz a tápvezetéken, és az erőművekben. Ezek a kondenzátorok ezt szüntetik meg. 2 pont

h) A cső lumineszkáló bevonattal be nem borított felén a Hg-gőz vonalas spektruma látható. A bevonattal ellátott részben ezen kívül még folytonos spektrumot látunk. A Hg ultraibolya sugárzása ugyanis gerjeszti a szilárd bevonatot, amely mint általában a szilárd anyagok, folytonos spektrummal rendelkezik. 1 pont

2. *Egy drótból készült ruhafogas kis amplitúdójú lengéseket végez az ábra síkjában a lerajzolt egyensúlyi helyzetek körül (3. ábra). Az* a) *és a* b) *helyzetben a fogas hosszú oldala vízszintes. A másik két oldal egyenlő hosszú. A lengésidő mindhárom esetben azonos. Hol a tömegközéppont és mekkora a lengésidő? (Az ábra a megadott adatokon kívül információt nem tartalmaz.)*



3. ábra

Megoldás. A fizikai inga lengésideje:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta}{mgs}}$$ 1,5 pont

ahol Θ a felfüggesztési pontra vonatkozó tehetetlenségi nyomaték, s a súlypont felfüggesztési ponttól mért távolsága. A tehetetlenségi nyomaték a Steiner tétel szerint

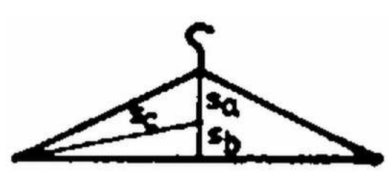
$$\Theta = \Theta_0 + ms^2,$$

ahol Θ_0 a tömegközéppontra vonatkoztatott tehetetlenségi nyomaték. 1,5 pont

Az előző két összefüggés alapján

$$ms^2 - \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 mgs + \Theta_0 = 0.$$

E másodfokú egyenletnek csak két gyöke lehet. Legyen a három esetben a tengely és a tömegközéppont távolsága rendre S_a, S_b és S_c (4. ábra). Ebből kettőnek meg kell egyeznie.



4. ábra

$$S_c > 21 \text{ cm } > S_a + S_b = 10 \text{ cm },$$

tehát

$$S_a = S_b\text{-vel},$$

így a 4. ábra alapján

$$S_a = S_b = 5 \text{ cm },$$

$$S_c = \sqrt{(21 \text{ cm })^2 + (5 \text{ cm })^2} = 21{,}5 \text{ cm}. \qquad \text{3 pont}$$

A gyökök és együtthatók közti összefüggés alapján

$$S_a + S_c = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 g, \qquad \text{2 pont}$$

amiből

$$T = 1{,}03 \text{ s}. \qquad \text{1 pont}$$

3. *A* $V_B = 1{,}10\ \mathrm{m}^3$ *állandó térfogatú hőlégballon alul nyitott. A ballon anyagának térfogata elhanyagolható* V_B *mellett és tömege* $m_H = 0{,}187$ kg. *Kezdetben a külső levegő hőmérséklete* $\theta_1 = 20\ ^\circ\mathrm{C}$, *és a külső légnyomás* $p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5\ \mathrm{N/m}^2$. *Ilyen körülmények között a levegő sűrűsége* $\varrho_1 = 1{,}20\ \mathrm{kg/m}^3$.

a) *Milyen* θ_2 *hőmérsékletre kell felmelegíteni a ballonban levő levegőt, hogy a ballon éppen lebegjen?*

b) *A ballont a talajhoz rögzítjük és a benne levő levegőt állandóan* $\theta_3 = 110\ ^\circ\mathrm{C}$ *hőmérsékleten tartjuk. Mekkora erő feszíti a rögzítő kötelet?*

c) *A ballont alul bekötjük, de a benne levő levegő állandóan* $\theta_3 = 110\ ^\circ\mathrm{C}$*-os marad. Így a ballonban levő levegő sűrűsége is állandó. A ballon* $20\ ^\circ\mathrm{C}$*-os izoterm atmoszférában emelkedik. Mekkora egyensúlyi* h *magasságra emelkedik a ballon ilyen körülmények között?*

d) *A* h *magasságban a ballont* $\Delta h = 10$ m*-rel kimozdítjuk egyensúlyi helyzetéből, majd ismét elengedjük. Milyen tipusú mozgást végez a ballon?*

Megoldás. *a)* Először kiszámítjuk a ballonban levő levegő sűrűségét lebegéskor. A lebegés feltétele:

$$m_2 g + m_H g = m_1 g,$$

ahol m_2 a ballonban levő levegő, m_1 a θ hőmérsékletű levegő tömege. Mivel

$$m_1 = \varrho_1 V_B, \qquad m_2 = \varrho_2 V_B, \qquad \text{1 pont}$$

$$\varrho_2 = \varrho_1 - m_H/V_B.$$

Számértékekkel

$$\varrho_2 = 1{,}03\ \mathrm{kg/m}^3. \qquad \text{0,25 pont}$$

Az egyesített gáztörvényhől, figyelembe véve, hogy a térfogat állandó:

$$\varrho_1 T_1 = \varrho_2 T_2, \qquad \text{1,5 pont}$$

ahol

$$T_1 = (273 + 20)\ \mathrm{K} = 293\ \mathrm{K}.$$

Innen

$$T_2 = 341{,}3\ \mathrm{K} = 68{,}4\,^\circ\mathrm{C}. \qquad \text{0,25 pont}$$

b) A kötelet feszítő erő (F_K) a felhajtóerő (F_F) és a léggömb súlyának (F_L) különbsége:

$$F_K = F_F - F_L, \qquad \text{0,5 pont}$$

ahol

$$F_F = V_B \varrho_1 g, \qquad \text{és} \qquad F_L = m_H g + V_B \varrho_3 g.$$

Behelyettesítve

$$F_K = \left[V_B(\varrho_1 - \varrho_3) - m_H\right] g. \qquad \text{0,5 pont}$$

Mivel

$$\varrho_3 = \varrho_1 (T_1/T_3) = 0{,}918\ \mathrm{kg/m}^3. \qquad \text{0,5 pont}$$

ahol $T_3 = 383$ K, F_K meghatározható:

$$F_K = 1{,}2\ \mathrm{N}. \qquad \text{0,5 pont}$$

A ballon addig emelkedik, amíg a súlya egyenlő lesz a felhajtóerővel:

$$\varrho_3 V_B + m_H = \varrho(h) V_B, \qquad \text{1 pont}$$

ahol $\varrho(h)$ a külső levegő sűrűsége.
Ebből

$$\varrho(h) = \varrho_3 + \frac{m_H}{V_B} = 1{,}088\ \mathrm{kg/m}^3. \qquad \text{0,25 pont}$$

A barometrikus magasságformula szerint (1. Budó Ágoston: Kísérleti fizika)

$$\varrho(h) = \varrho_1 \cdot e^{-(\varrho_1/p_0) g h},$$

innen

$$h = \frac{p_0}{\varrho_1 g} ln \frac{\varrho_1}{\varrho(h)}, \qquad \text{1,5 pont}$$

ahol ϱ_1 a 0 magasságon mért sűrűség.
Számadatokkal:

$h = 843$ m adódik. 0,25 pont

d) Ha a ballont egyensúlyi helyzetéből kis mértékben kimozdítjuk, a visszatérítő erő lineáris lesz. 0,25 pont
Ennek hatására harmonikus rezgőmozgást végez. 1 pont
A hőlégballon mozgását erősen akadályozza a levegő közegellenállása, ezért a rezgőmozgás csillapított. 0,5 pont

Kísérleti feladatok

4. *A méréshez csak az adott bikonvex lencse, síktükör, a csepegtető edényben levő víz, az optikai tárgy (ceruza) és az állítható szorítóval ellátott állvány használható.*
1. *Halározzuk meg 1% pontossággal a lencse fókusztávolságát!*
2. *Halározzuk meg a lencse anyagának törésmutatóját!*
A víz törésmutatója $n_0 = 1{,}33$. A vékony lencse fókusztávolságát levegőben az

$$1/f = (n-1)(1/r_1 - 1/r_2)$$

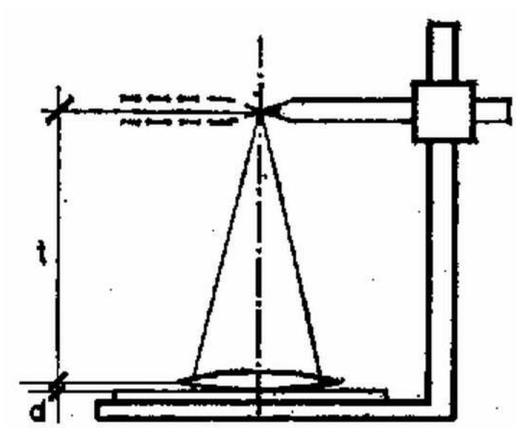
képlet adja, ahol n a lencse anyagának törésmutatója, r_1 és r_2 a felszín görbületi sugara. Szimmetrikus bikonvex lencsére $r_1 = -r_2 = r$, szimmetrikus bikonkáv lencsére $r_1 = -r_2 = -r$.

Megoldás. Hogy az 1%-os pontosságot elérjük, nem nagyon válogathatunk a módszerekben. Az alább leírt módszer teljesíti e feltételt.

Helyezzük a síktükröt az állvány aljára, és fektessük rá a lencsét. A szorítóban levő tárgy (a ceruza) képét felülről látjuk. 1 pont

A kép helyét kell pontosan meghatározni. Ez akkor lehetséges, ha a tárgyat úgy helyezzük el, hogy képével egybeessék. 0,5 pont

Ebben az esetben fejünket mozgatva a tárgy és a kép relatív helyzete nem változik. 1 pont



5. ábra

Ekkor egy lencserendszerrel van dolgunk, amelynek fókusztávolsága

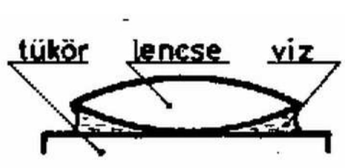
$$1/f = 1/f_L + 1/f_L = 2/f_L, \quad f = f_L/2,$$

mivel a fény kétszer halad át a lencsén. A tárgytávolság és képtávolság azonos (t), így

$$1/f = 1/t + 1/t, \quad \text{amiből} \quad f_L = t.$$ 1 pont

A kép és a lencse vagy tükör távolságát többször lemérve láthatjuk, hogy a statisztikus hiba nincs egy százalék. A távolságnak 30 cm körüli értéket kapunk, és azt $1-2$ mm pontossággal mérni is lehet. (Pontos adatokat itt nem közlünk, mert azok mérőhelyenként különbözőek voltak.) 1 pont

Szisztematikus hiba már van, mivel a lencse vastagsága 3 mm, ami már maga is 1%. Tehát a mért értékeket korrigálni kell (l. 5. ábra). 1 pont



6. ábra

A törésmutató meghatározásához még egy összefüggés kell, mert a bikonvex lencsére felírt

$$1/f_l = (n-1)(2/r)$$

összefüggésben még r is ismeretlen. Ha pár csepp vizet öntünk a lencse és a tükör közé (l. 6. ábra), akkor az

$$1/f' = 1/f_L + 1/f_V$$ 1 pont

összefüggéshez jutunk, ahol

$$1/f_V = -(n_V - 1)(1/r),$$

az egyik oldalról sík, másikról konkáv lencse fókusztávolsága. Az előbbi módon meghatározva az összetett lencse f' fókusztávolságát, a törésmutatót az

$$n = \frac{f'(n_V - 1)}{2(f' - f_L)} + 1$$ 0,5 pont

képlet határozza meg. A törésmutatóra az

$$n = 1{,}52$$

érték adódik kb. 3% szórással. 1 pont

5. A csúszásmentesen gördülő henger mozgását felbonthatjuk egy tengely körüli forgásra és a tömegközéppont vízszintes transzlációjára. Ebben a kísérletben közvetlenül csupán a transzlációs gyorsulás és az azt létrehozó erők határozhatók meg.

Az M tömegű, R sugarú hengert egy vízszintes deszkán helyezzük el. A hengert tengelyétől $r = r_i$ távolságban $(i = 1, \ldots, 6)$ egy fonál húzza (l. 7. ábrát). Miután a hengert elengedtük, egyenletes gyorsulással gördül.

Mielőtt a mérést elkezdjük, állítsuk be a deszkát vízszintesre papírdarabokkal. A jelen célnak megfelel, ha a deszka nem lejt 1 méterenként 1 milliméternél többet. Ez a lejtés megfelel a libella egy osztásának.

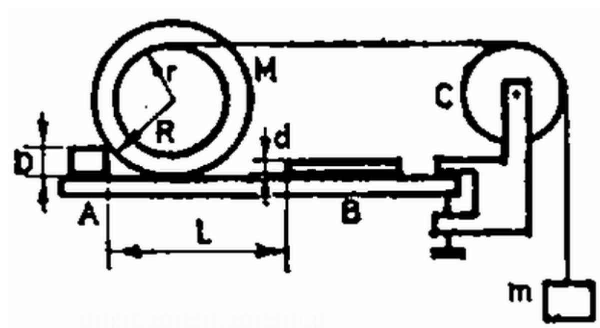
a) *Határozzuk meg kísérletileg a henger különböző $r_i (i = 1, \ldots, 6)$ távolságához tartozó a_i gyorsulásokat.*

b) *A kapott a_i gyorsulásokból számoljuk ki a henger és a deszka között ható erőket!*

c) *Ábrázoljuk az F_i értékeket az $r_i$függvényében! Diszkutáljuk az eredményeket!*

d) *Mi a következménye annak, ha a deszka nem vízszintes?*

e) *Írjuk le a mellékmennyiségek meghatározását és a szükséges további beállításokat is! Adjuk meg, hogy a rossz beállítás hogyan befolyásolja az eredményeket!*



7. ábra

A kővetkező mennyiségek adottak:

$R = 5{,}00$ cm	$r_1 = 0{,}75$ cm
$M = 3{,}275$ kg	$r_2 = 1{,}50$ cm
$m = 2 \times 50$ g	$r_3 = 2{,}25$ cm
$D = 1{,}50$ cm	$r_4 = 3{,}00$ cm
$d = 0{,}1$ mm	$r_5 = 3{,}75$ cm
	$r_6 = 4{,}50$ cm

A csiga (C) tömegétől és a súrlódástól a számolásnál el lehet tekinteni. A távolságot az adott mérőszalaggal, az időt elektronikus stopperrel mérjük.

Megoldás. Mielőtt elkezdjük a mérést, a fonalat vízszintesre és a mozgás irányába kell állítani. Ezt a csiga (C) mozgatásával lehet elérni. 0,5 pont

A fonál beállítását elég szemmérték alapján elvégezni, mivel az eltérési hiba koszinuszával kell ilyen esetben korrekciót végezni, és a koszinusz függvény nem túl nagy szögekre még közel 1 (az eltérés csak másodrendű). 0,5 pont

Vigyázni kell a sík vízszintes beállítására. Az α szöggel helytelenül beállított sík esetében az mg húzóerőhöz Mg sin α adódik hozzá. 1 pont

A henger elmozdulása a 7. ábra alapján

$$S = L - \sqrt{R^2 - (R-D)^2} - \sqrt{R^2 - (R-d)^2} = L - \sqrt{2RD - D^2} - \sqrt{2Rd - d^2},$$

ahol L mérhető.

A megadott számértékekkel

$$S = 39{,}2 \text{ cm } - 4{,}5 \text{ cm } = 34{,}7 \text{ cm} .$$ 1 pont

A gyorsulásokat az

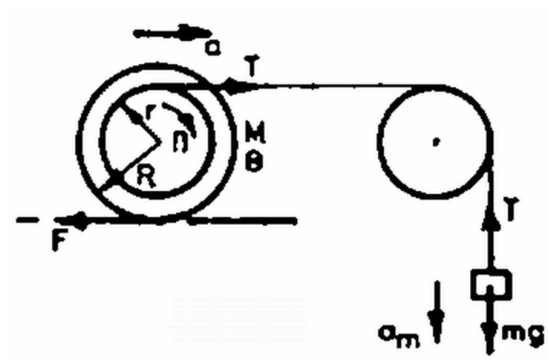
$$a = 2S/t^2$$ 0,5 pont

képletből lehet kiszámítani. Különböző r_i-khez tartozó időket mérünk, és belőlük meghatározzuk a gyorsulásokat. Ilyen mérési értékeket mutat a következő táblázat: 1 pont

r(cm)		t(s)		(t)(s)	a_2(m/s^2)	$F(N)$
0,75	1,81	1,82	1,82	1,816	0,211	0,266
1,5	1,71	1,72	1,73	1,720	0,235	0,181
2,25	1,63	1,63	1,64	1,633	0,261	0,090
3,0	1,56	1,56	1,57	1,563	0,284	0,004
3,75	1,51	1,51	1,52	1,513	0,304	−0,066
4,5	1,46	1,46	1,45	1,456	0,328	−0,154

Az időmérés pontossága az adatok alapján $0,5\%$, a távolságé 1% körül van, ezért a gyorsulás hibája mintegy 2%. 0,5 pont

A táblázat már feltünteti a súrlódási erő értékét is.



8. ábra

A 8. ábra alapján felírhatjuk a mozgásegyenleteket:

$ma_m = mg - T,$	(1)	1 pont
$Ma = T - F,$	(2)	1 pont
$\Theta\beta = Tr + FR,$	(3)	
$\beta R = a$	(4)	0,5 pont
$a_m = \dfrac{r+R}{R}a.$	(5)	0,5 pont

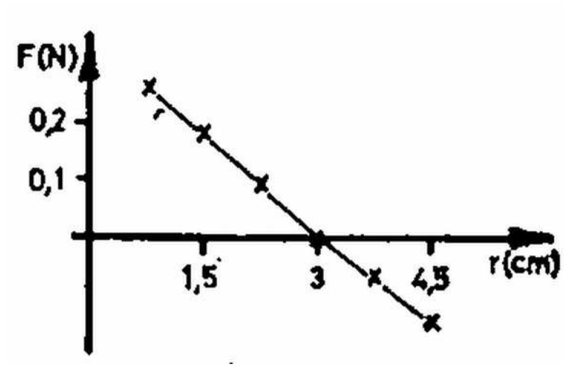
Az (1), (2) és (5) egyenletből a_m et és T-t kiküszöbölve kapjuk a súrlódási erőre a

$$F = mg - \left[M + m\left(1 + \frac{r}{R}\right)\right]a$$ 1 pont

összefüggést. Ebből számítottuk ki az F értékeket. 0,5 pont

A $F_i(r_i)$ összefüggést mutatja a 9. ábra. 0,5 pont

A grafikonból két lényeges információt nyerhetünk. Egyrészt lineáris az összefüggés, másrészt az erő előjelet vált. Ez érthető is. Ha r_i kicsi, F_i-nek pozitívnak kell lennie, mivel csupán ez az erő forgat. Ha r_i közel van R-hez akkor már F negatív, mivel inkább a gyorsításba kell belesegítenie, mint a forgatásba. 0,5 pont



9. ábra

Az összefüggést elméleti úton is meghatározhatjuk, az (1)–(5) egyenletekből kifejezhetjük F-et. Hosszabb algebrai átalakítások után kapjuk:

$$F = mg\frac{\dfrac{\Theta}{MR^2} - \dfrac{r}{R}}{1 + \dfrac{\Theta}{MR^2} + \dfrac{m}{R}\left(1 + \frac{r}{R}\right)^2}.$$

Mivel $m \ll M$, az erő közelítő értéke

$$F = \frac{mg}{1 + \dfrac{\Theta}{MR^2}}\left(\frac{\Theta}{MR^2} - \frac{r}{R}\right).$$

Ez a kifejezés már lineáris r-ben, ahogy azt a grafikon is mutatja. A henger tehetetlenségi nyomatéka, ha a végén levő hornyokat elhanyagoljuk,

$$\Theta = (1/2)MR^2,$$

és így

$$F = mg\big[1/3 - (2/3)(r/R)\big].$$

Ez kis r-ekre pozitív, ha $r \approx R$, akkor negatív, és ha $2r = R$, akkor nulla. Ezt igazolják a mérések, hiszen a görbe 3 cm körül metszi a vízszintes tengelyt. 1 pont