A P_1, P_2, P_3 pontok közötti távolságokat a koordináták segítségével felírva azonnal látható, hogy $P_1P_2P_3$ szabályos háromszöget alkot (amely $a=b=c$ esetén ponttá fajul, e pont az e egyenesen van és nincs mit bizonyítani). Az is nyilvánvaló, hogy a P_1, P_2, P_3 pontok az e egyenes bármely rögzített $Q=(q, q, q)$ pontjától egyenlő távolságra vannak; válasszuk Q-t úgy, hogy ne essék a $P_1P_2P_3$ síkba. Eszerint $P_1P_2P_3Q$ olyan egyenes gúla, amelynek alapja szabályos háromszög és így a gúla Q-ból indított magasságvonala áthalad a $P_1P_2P_3$ háromszög S súlypontján. Ám az

$$S=\left(\frac{a+b+c}{3}, \quad \frac{b+c+a}{3}, \quad \frac{c+a+b}{3}\right)$$

súlypont az e egyenesen fekszik, azaz a gúla magasságvonala és e egybeesik. e tehát merőlegesen metszi a $P_1P_2P_3$ síkot, és így a P_1-ből e-re bocsátott merőleges az S döféspontban metszi e-t.