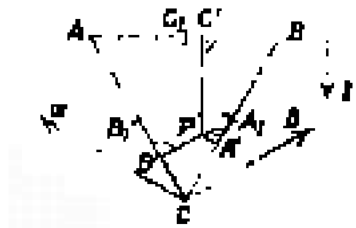
Megjegyzés a 2348. feladathoz

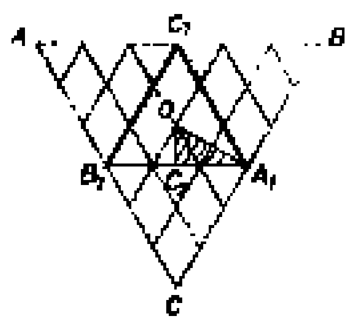
(Lásd a megoldást a 59. oldalon)

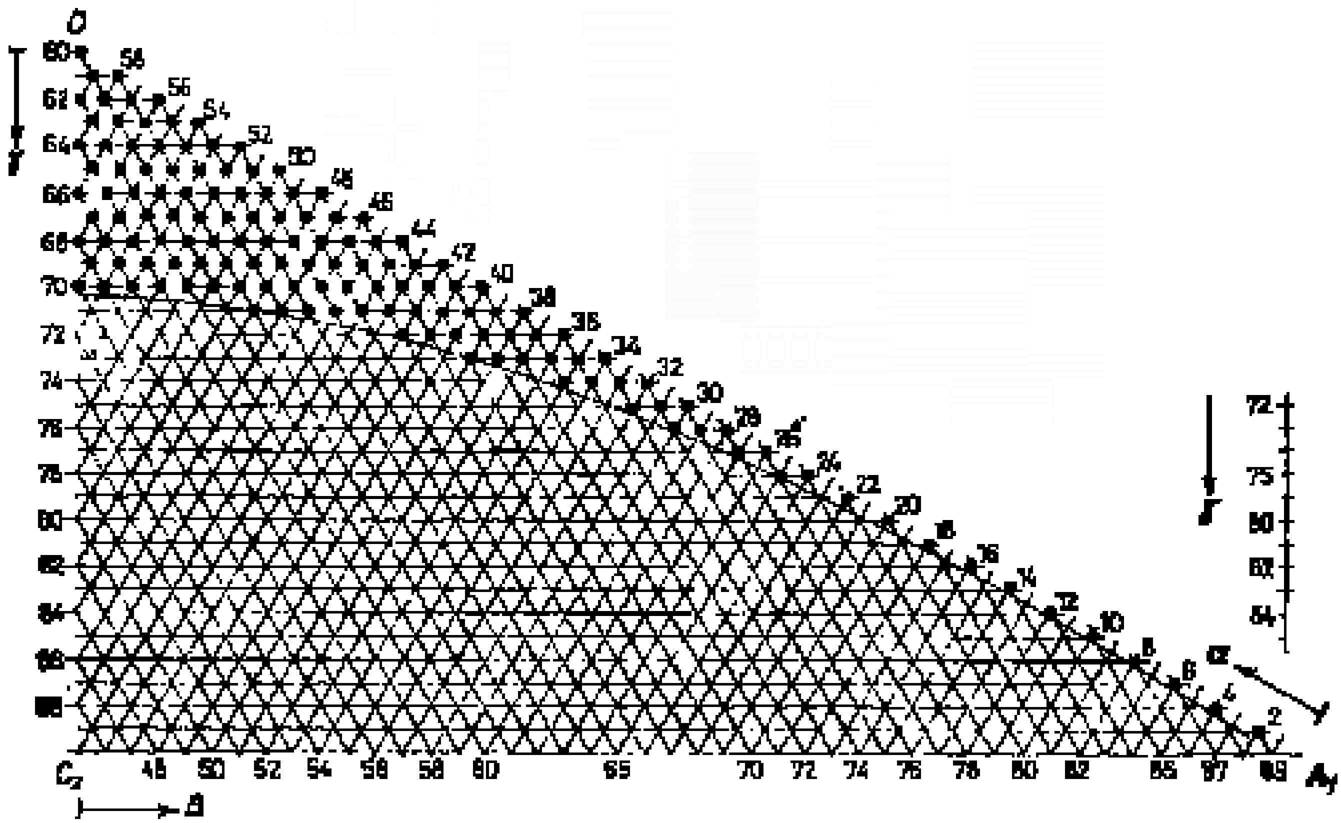
A talált 140 háromszög–alakot a borítólap 4. oldalának nagy ábrája szemlélteti 1–1 sötét köröcskével. Vázoljuk az ábra keletkezését.

Ismeretes, hogy az ABC szabályos háromszög tetszőleges belső P pontjára nézve az oldalaktól mért távolságok összege állandó, egyenlő az AA_1 magassággal. Minden ilyen P-hez hozzárendelhetjük azt a háromszögalakot, amelyre nézve az α, β, γ szögek mértékszáma rendre egyenlő a PA', PB', PC' távolság mértékszámával, mértékegységeink a fok, ill. az $AA_1/180$ szakasz. Megfordítva, minden alakhoz tartozik P pont.

Feladatunk első követelményével véges sok háromszögalakra szorítkozunk. Az ezekhez tartozó P-ket úgy kapjuk, hogy a CA-t és CB-t 180 egyenlő részre osztó pontokon át meghúzzuk a CB-vel, ill. CA-val párhuzamos egyeneseket. Minden metszéspont szóba jön, mert AB-től mért γ távolságuk is egész lesz. (A kis ábrán csak 30°-onként rajzoltuk be a párhuzamosokat, valójában a metszéspontok száma $1+2+\ldots+178$.)







Mivel a második követelmény szerint csak 90°-nál kisebb szögekről lehet szó, azért már csak az $A_1B_1C_1$ középháromszög rácspontjai jönnek tekintetbe, majd ezt tovább szűkíti az (1) jelölési megállapodás az A_1C_2O háromszögre, végül a (2) korlátozás az A_1DO idomra. Az AD vonaldarab egyenlete $\beta-\alpha=\text{arc }\cos(3\cos\gamma)$.

A feladat leszámlálási részadatai azt jelentik, hogy hány köröcske ül a nagy ábra $60^\circ\leq\gamma<90^\circ$ egyenesein.

B. T.