Az idei olimpiát július 5. és 12. között hazánkban, Budapesten rendezték meg. Az olimpián 30 állam: Algéria, Amerikai Egyesült Államok, Ausztrália, Ausztria, Belgium, Brazília, Bulgária, Csehszlovákia, Finnország, Francia ország, Görögország, Hollandia, Izrael, Jugoszlávia, Kanada, Kolumbia, Kuba, Kuwait, Lengyelország, Magyarország, Mongólia, Nagy-Britannia, Német Demokratikus Köztársaság, Német Szövetségi Köztársaság, Románia, Svédország, Szovjetunió, Tunézia, Venezuela, Vietnam vett részt. A szokásostól eltérően az országok 4 fős csapatokat indítottak, kivéve Algériát, ahonnan csak 3 fő érkezett. Így az összes résztvevők száma 119 volt.

Az írásbeli feladatok kidolgozására július 9-én és 10-én került sor a budapesti Kaffka Margit Gimnáziumban. Mindkét nap 3–3 feladatot dolgoztak ki a versenyzők 4 és 1/2 óra alatt.

A feladatok a következők voltak:

Első nap

1. Az f függvény a pozitív egész n számokon van értelmezve, értékei nem negatív egész számok. Minden $(m,\, n)$ értékre

$$f(m+n)-f(m)-f(n)=0 \text{ vagy } 1,$$
$$f(2)=0,\ \ f(3)0 \text{ és } f\ (9999)=3333.$$

Meghatározandó $f(1982)$.

Nagy-Britanniai[1]

2. Egy $A_1A_2A_3$ háromszög nem egyenlő szárú, oldalait jelöljük a_1, a_2, a_3-mal (a_i fekszik A_i-vel szemben). Minden i-re $(i=1,2,3)$ M_i az a_i oldal felezőpontja, T_i az a pont, amelyben a beírt kör érinti a_i-t, és S_i a T_i pont tükörképe az A_i-hez tartozó belső szögfelezőre nézve. Bizonyítsuk be, hogy az M_1S_1, M_2S_2, M_3S_3 egyenesek egy ponton mennek át.

Hollandia

3. Tekintsük a következő tulajdonságú valós (x_n) számsorozatokat:

$$x_0=1,\ \text{ és } i \geqq 0 \text{ esetén } 0<x_{i+1}<x_i.$$

(a) Bizonyítandó, hogy minden ilyen sorozathoz van olyan $n \geqq 1$, amelyre

$$\frac{x_0^2}{x_1}+\frac{x_1^2}{x_2}+\ \ldots\ +\frac{x_{n-1}^3}{x_n} \geqq 3{,}999.$$

(b) Adjunk meg egy ilyen sorozatot, amelyre minden n esetén

$$\frac{x_0^2}{x_1}+\frac{x_1^2}{x_2}+\ \ldots\ +\frac{x_{n-1}^3}{x_n} < 4.$$

Szovjetunió

Második nap

4. Bizonyítsuk be, hogy ha n olyan pozitív egész szám, amelyre az

$$x^3-3xy^2+y^3=n$$

egyenletnek van egész számokból álló $(x,\, y)$ megoldása, akkor van legalább három ilyen megoldása.

Mutassuk meg, hogy az egyenletnek nincs egész megoldása, ha $n=2891$.

Nagy-Britannian

5. Az $ABCDEF$ szabályos hatszög AC és CE átlóit a belső M, ill. N pont úgy osztja fel, hogy

$$\frac{AM}{AC}=\frac{CN}{CE}=r.$$

Határozzuk meg r-et, ha tudjuk, hogy B, M és N egy egyenesen fekszik.

Hollandia

6. Legyen S egy négyzet, amelynek oldalhosszúsága 100, és L egy S-ben fekvő, önmagát nem metsző (azaz többszörös pont nélküli) törött vonal, amely az A_0A_1, A_1A_2, …, $A_{n-1}A_n$ szakaszokból áll, ahol $A_0 \neq A_n$. Tegyük fel, hogy az S négyzet határának minden P pontjához van L-nek olyan pontja, amelynek P-től, való távolsága nem nagyobb 1/2-nél. Bizonyítandó, hogy van L-en olyan X és Y pont, amelynek távolsága egymástól nem nagyobb 1-nél, és L-nek X és Y közötti része legalább 198 hosszúságú.

Vietnam

[1] Az aláírás a javaslatot előterjesztő országot jelöli.

Minden egyes feladat helyes megoldásáért 7 pont járt. A küldöttségek vezetőiből álló zsűri döntése alapján 1. díjat kapott 10 versenyző (42–37 pontig), II. díjat 20 (36–30 pont), III. díjat 31 (29–21 pont). A legtöbb pontot elért országok: *NSZK* (145), *Szovjetunió* (137), *NDK*, *USA* (136–136), *Vietnam* (133), *Magyarország* (125), *Csehszlovákia* (115), *Finnország* (113), *Bulgária* (108), *Anglia* (103).

Az olipiára való közvetlen felkészülésben egy nyolc tagú magyar keret vett részt, akiket az Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny, az olimpiai szakkörökön elért eredményeik és egy válogatóverseny alapján jelöltek ki. A keret tagjai:

Csákány Rita (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t.)
Károlyi Gyula (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t.)
Szabó Endre (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t.)
Tardos Gábor (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., IV. o. t.)
Böröczky Károly (Budapest, Ságvári E. Gyak. Gimn., IV. o. t.)
Hetyei Gábor (Pécs, Leöwey K. Gimn., III. o. t,)
Megyesi Gábor (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., I. o. t.)
Törőcsik Jenő (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., III. o. t.)

A felkészülés végeztével írt dolgozat eredménye alapján Magyarországot a fenti keret első négy tagja képviselte az olimpián. Valamennyi versenyző kapott díjat: Károlyi Gyula (36 ponttal), Tardos Gábor (35 ponttal) és Szabó Endre (33 ponttal) második díjat kaptak, Csákány Rita pedig harmadik díjat nyert (21 ponttal).

A magyar csapat helytállásával ezen a meglehetősen nehéz versenyen elégedettek lehetünk, teljesítménye a legtöbb pontot elértekétől (még a díjakat is figyelembe véve) alig marad el (Károlyi Gyula volt az egyetlen 36 pontos versenyző, az első díj határát a zsűri 37 pontban állapította meg).

A hivatalos versenyek befejeztével – de még a feladatok nyilvánosságra kerülése előtt – a felkészülő keret másik négy diákja is megírta a versenydolgozatot, az olimpiáéval azonos feltételek mellett. Az itt elért pontszámok: Böröczky Károly 35, Hetyei Gábor 17, Megyesi Gábor 19, Törőcsik Jenő 21 (az ezzel egyenértékű teljesítményt nyújtó csapatok még a mezőny első felében helyezkednek el).

Az olimpia szakmai része jól sikerült és az átlagosnál magasabb matematikai színvonalat képviselt. A feladatanyag gondos előkészítése és a koordináció következetes és pontos munkája mindenekelőtt egy lelkes fiatal matematikus gárda közreműködésének köszönhető, akik nagyrészt maguk is a régebbi olimpiák versenyzői voltak.

Kevesebb jót mondhatunk el az olimpia és az ahhoz kapcsolódó rendezvények szervezési részéről, az itt előforduló hibák könnyen kiküszöbölhetők lehettek volna és ezzel vendégeink kellemesebb emlékekkel távozhattak volna hazánkból.

A diákolimpiák további rendezésének folytonossága megoldottnak látszik; a következő évekre rendre a francia (1983), a csehszlovák (1984), a finn (1985), a kolumbiai (1986) és az ausztráliai (1.988) küldöttség jelentette be rendezési szándékát.