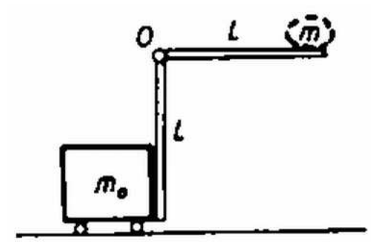
Az 1980. évi Eötvös Loránd Fizikai Verseny

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 1980. október 25-én rendezte 57. versenyét Budapesten és 11 vidéki városban az abban az évben érettségizettek és középiskolások részére. A versenyzők 5 órai munkaidő alatt oldottak meg három feladatot. Bármely segédeszköz használata meg volt engedve, beleértve a zsebszámítógépet is. A versenyen 247 dolgozatot adtak be. Ismertetjük a feladatokat és a verseny eredményét.

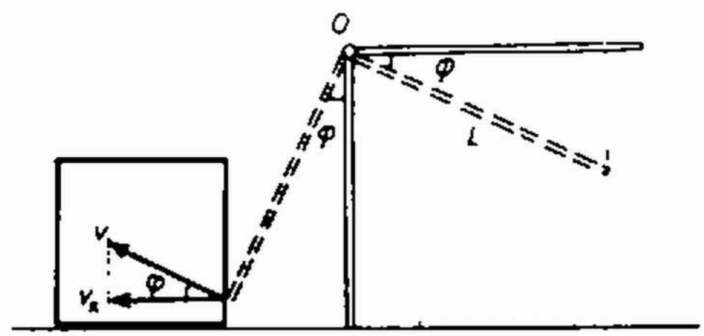
1. *L hosszúságú rudakból derékszögű szögemelőt állítottunk össze, amely az O pont körül foroghat (1. ábra). A függőleges szár mellé m_0 tömegű, jó széles és elég magas ládát állítottunk. Ezután a vízszintes rúd végére egy m tömegű testet erősítünk. A szerkezetet elengedjük. Mekkora sebességgel távozik a láda? A rudak tömege elhanyagolható, a súrlódástól eltekintünk. Számadatok:* $L = 2$ m, $m_0 = 30$ kg, $m = 20$ kg.

(Vermes Miklós)



1. ábra

Megoldás. Amikor a szögemelő φ szöggel elfordul, az m tömeg súlyának munkavégzése (2. ábra): $mgL \sin\varphi$.



2. ábra

Ekkor a rúd végének sebessége v, a láda sebessége $v_x = v\cos\varphi$. Az energiatörvény szerint a munkavégzés egyenlő a megszerzett mozgási energiával:

$$mgL\sin\varphi = \frac{m_0 v_x^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{m_0 v^2 \cos^2\varphi}{2} + \frac{mv^2}{2}.$$

A rúd végének sebessége mint φ szög függvénye:

$$v = \sqrt{\frac{2\,mgL\sin\varphi}{m_0\cos^2\varphi + m}} = \sqrt{\frac{2\,gL\sin\varphi}{1 + (m_0/m)\cos^2\varphi}}.$$

A láda sebessége:

$$v_x = v\cos\varphi = \cos\varphi\sqrt{\frac{2\,gL\sin\varphi}{1 + (m_0/m)\cos^2\varphi}} = \sqrt{2gL}\sqrt{\frac{\sin\varphi\cos^2\varphi}{1 + (m_0/m)\cos^2\varphi}}.$$

A láda akkor válik el a szögemelőtől, amikor ez a sebesség maximális lesz. A második gyökjel alatti mennyiség differenciálhányadosát nullával egyenlővé téve kapjuk a v_x maximumát jelentő φ_0 -ra ezt a feltételt:

$$(\cos^2\varphi_0 - 2\sin\varphi_0)\left(1 + \frac{m_0}{m}\cdot\cos^2\varphi_0\right) + \frac{2m_0}{m}\cdot\sin^2\varphi_0\cos^2\varphi_0 = 0.$$

Azonos átalakítás és rendezés után:

$$\frac{m_0}{m}\cdot\sin^4\varphi_0 - \left(\frac{2m_0}{m} + 3\right)\sin^2\varphi_0 + \left(1 + \frac{m_0}{m}\right) = 0.$$

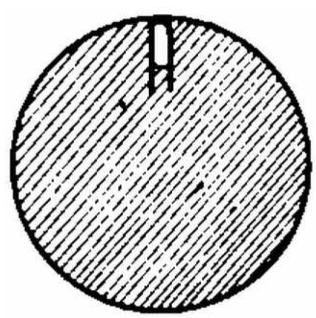
Az egyenlet megoldása:

$$\sin\varphi_0 = \sqrt{\frac{3 + 2m_0/m - \sqrt{9 + 8m_0/m}}{2m_0/m}}.$$

A mi számadatainkkal $m_0/m = 1{,}5$, ekkor $sin\,\varphi_0 = 0{,}6874$, $\varphi_0 = 43{,}42°$ és a láda távozásának sebessége 2,85 m/s.

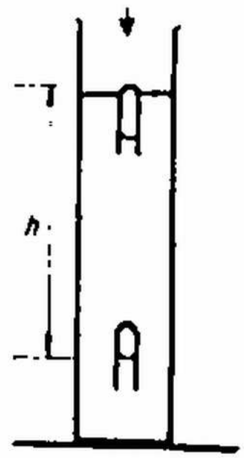
2. *Egy* 20 *cm átmérőjű üveggömb teljesen tele van vízzel. Benne helyezkedik el a 3. ábra szerint egy Cartesius–búvár. A búvárban* 6,05 *cm*^{3} *normális légköri nyomású levegő van. A cső falának tömege* 6 *gramm és térfogata elhanyagolható. Ismertessünk eljárásokat, amellyel a búvár levihető a gömb aljára!*

(Vermes Miklós)



3. ábra

Megoldás. A Cartesius–búvárról azt kell tudnunk, hogy egy alul nyitott, részben vízzel telt üvegcső, amely megfelelő méretezés esetén a vízből alig kiemelkedve úszik (4. ábra).



4. ábra

A búvárra hat a súlyerő és a felhajtóerő. A felhajtóerő nagyságát – ha a cső keresztmetszete elhanyagolható – a bezárt levegő térfogata adja meg. Ha a bezárt levegő térfogatát csökkentjük, a felhajtóerő csökken, a búvár mélyebben merül a vízbe. Elérhetünk olyan pontig, hogy a súlyerő már nagyobb, mint a felhajtóerő, ekkor a búvár süllyedni kezd. Ez a süllyedés az edény fenekéig tart, mert a hidrosztatikai nyomás növekedése miatt a bezárt levegő térfogata csökken és így a lefelé irányuló eredő erő egyre nagyobb lesz.

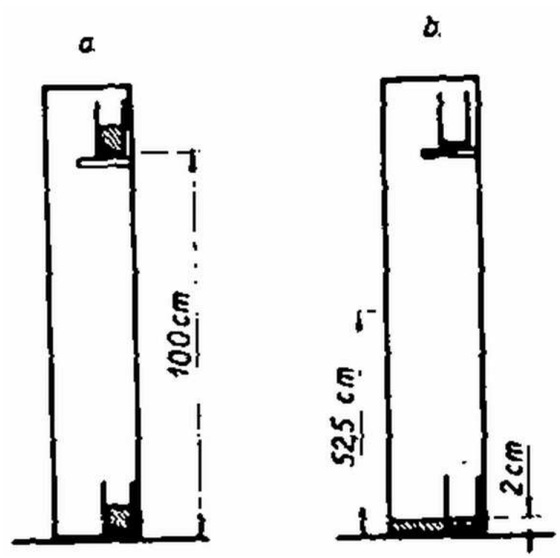
A mi esetünkben a búvár csövének súlya 0,06 N, a felhajtóerő 0,0605 N, tehát a búvár lefelé indulásához elégséges, ha a bezárt levegő térfogata 0,05 cm^3-nél bármely nagyobb értékkel lecsökken. Mivel az üveggömbben a víz mennyisége állandó, így a gömb forgatásával, ütögetésével nem hozható a búvár olyan helyzetbe, hogy tartósan a gömb alján legyen. Az üveggömb térfogatának lecsökkentése eredményre vezetne (mert ekkor szükségszerűen a búvárba nyomul a víz), de az üveg deformációja meglehetősen nehézkes. Ehelyett igen egyszerű a víz térfogatának megnövelése melegítéssel. A víz köbös hőtágulási együtthatója $13 \cdot 10^{-5}/°\mathrm{C}$. Az 50 mm^3 térfogatváltozás a 4200 cm^3 térfogatú víznél néhány tizedfok hőmérséklet– emelkedésre bekövetkezik. Elég tehát rátenni kezünket az üveggömbre, a búvár lesüllyed, levéve kezünket, a búvár ismét felemelkedik.

Kicsit bonyolultabb, de célravezető eljárás a gömb egy pontjának olyan mérvű gyors lehűtése, hogy a víz egy része megfagyjon. A megfagyáskor ugyanis a víz térfogata 10%-kal megnő, tehát mindössze 0,5 cm^3 vizet megfagyasztva, eredményt érhetünk el. Ebben az esetben természetesen a hőmérsékleti egyensúly beálltával a búvár ismét fenn lesz, hiszen a teljes vízmennyiség lehűl egy kicsit, és így a búvárba bezárt levegő térfogata megnő.

3. *Egy* 120 cm *hosszú,* 1 dm^2 *alapterületű függőleges zárt csőben fenn és lenn* 20 cm^2 *alapterületű,* 10 cm *magas alapterületű poharak mindegyikébe* 100 – 100 cm^3 30 °C *hőmérsékletű vizet juttatunk (5.a ábra). A csövet állandóan*

30 °C-*os hőmérsékleten tartjuk és benne telített vízgőz van.* a) *Mit figyelhetünk meg elég hosszú idő múlva?* b) *A folyamat során történik-e hőközlés a cső falán keresztül?*

(Károlyházi Frigyes)



5. ábra

Megoldás. *a*) Nyitott edényben egy vízmennyiség akkor marad állandó, ha felszínénél a vízgőzök nyomása a hőmérséklet által meghatározott érték (telített gőznyomás, tenzió). Továbbá ismeretes, hogy egy függőleges gázoszlopban felfelé exponenciális függvény szerint csökken a gáz sűrűsége, nyomása. Ha lenn megvan a telítéshez szükséges gőzsűrűség, akkor fenn nincs meg és a felső edényből elfogy a víz. Ha fenn megvan a telítéshez szükséges sűrűség akkor az alsó pohár vízfelszínénél ennél több van jelen, itt lecsapódás kerül túlsúlyba. Minden víz idővel ledesztillál a cső fenekére, még az alsó pohárból is melléje; a cső fenekén, a pohár mellett és a belsejében 2 cm magas vízréteg jön létre.

b) Párolgási hő tekintetében nincs energiaváltozás, mert végül is ugyanannyi folyékony víz van jelen, mint az elején. De a víz túlnyomó része mélyebbre került, helyzeti energiája csökkent és ez az energia távozott mint hő kifelé. Először a 0,2 kg víz eredő súlypontmagassága (2,5 + 102,5) : 2 = 52,5 cm = 0,525 méter volt (5.b ábra). Végül a víz súlypontmagassága 1 cm = 0,01 méter volt. Tehát a víz 0,515 méterrel került lejjebbre és a helyzeti energiája $0{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}515$ joule = 1,01 joule-lal csökkent. Ennyi energia távozott kifelé hőközlés által.

Megjegyzések. **1.** A gázok sűrűsége igen kicsiny, így az 1,2 m-es magasságú edény alján csak némileg nagyobb a nyomás, mint a tetején; 10^{-4} °C hőmérsékletváltozás kb. ugyanekkora értékkel változtatja meg a telített gőz nyomását. Tehát a kísérlet megvalósítása rendkívül nehéz.

2. Az energiamérleg kiszámításához a feladat adatai nem elégségesek. A kezdőállapot ugyanis nincsen kellő részletességgel definiálva. Könnyen számolható esethez jutunk akkor, ha a kis edényeket fedővel tesszük a nagy edénybe és a 30 °C-os hőmérséklet beállása után levesszük a fedőket. Ebben az esetben viszont a gőztér kialakításához szükséges hőt a hőtartály szolgáltatja. A felvett hő $\approx$ 70 joule, ami jelentősen több, mint a helyzeti energia változásból eredő energiacsökkenés.

A verseny eredménye:

I. díjat nyert *Szalontai Zoltán* a BME villamosmérnöki karának hallgatója (Törökszentmiklóson a Bercsényi Miklós Gimnáziumban érettségizett mint Szalontai László tanítványa). II. díjat nyert *Umann Gábor* az ELTE matematikus hallgatója (Budapesten a Fazekas Mihály Gimnáziumban érettségizett mint Horváth Gábor tanítványa). III. díjat nyertek egyenlő helyezésben *Hidas Pál* az ELTE fizikus hallgatója (Budapesten érettségizett az I. István Gimnáziumban mint Cseh Géza tanítványa) és *Krausz Ferenc* honvéd (érettségizett a móri Táncsics Mihály Gimnáziumban mint Cseh István tanítványa). Dicséretet kaptak egyenlő helyezésben: *Bagoly Zsolt* honvéd (Szombathelyen a Nagy Lajos Gimnáziumban érettségizett mint Horváth István tanítványa), *Nagy Tibor* a szombathelyi Nagy Lajos Gimnázium IV. o. t., (tanára Peresztegi László) és *Pöltl János Tamás* a tatai Eötvös József Gimnázium IV. o. t., (tanárai Ádám Árpád, Mészáros András és Takács István).