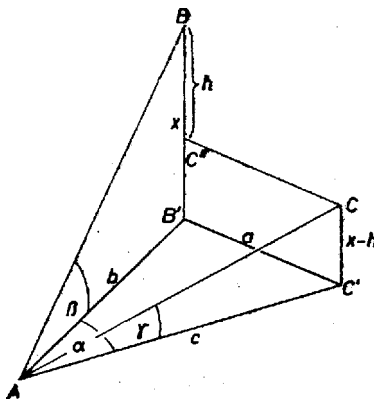


Jelöljük a keresett AB' , AC' távolságokat rendre b -vel, ill. c -vel, a BB' magasságkülönbséget x -szel, továbbá az adatokat: $B'C' = a$ -val, $BC'' = h$ -val (ahol C'' a C vetülete BB' -re), $B'AB \sphericalangle = \beta$ -val, $C'AC \sphericalangle = \gamma$ -val, $B'AC' \sphericalangle = \alpha$ -val.



1. ábra

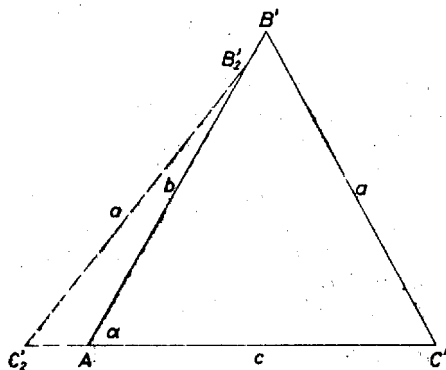
x -szel és β -val kifejezhetjük b -t, másrészt az A és C közti CC' magasságkülönbség és γ alapján c -t. Ezeket az $AB'C'$ háromszög $B'C'$ oldalának a cosinustétel adta kifejezésébe helyettesítve, egyismeretlenes egyenletet kapunk x -re:

$$(1) \quad \begin{aligned} b &= x \operatorname{ctg} \beta, \quad c = (x - h) \operatorname{ctg} \gamma, \\ x^2 \operatorname{ctg}^2 \beta + (x - h)^2 \operatorname{ctg}^2 \gamma - 2x(x - h) \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} \gamma \cos \alpha &= a^2, \\ x^2(\operatorname{ctg}^2 \beta + \operatorname{ctg}^2 \gamma - 2 \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} \gamma \cos \alpha) - \\ - 2xh \operatorname{ctg} \gamma (\operatorname{ctg} \gamma - \operatorname{ctg} \beta \cos \alpha) + (h^2 \operatorname{ctg}^2 \gamma - a^2) &= 0. \end{aligned}$$

Számadataink közül előbb az egyszerű $2 \cos \alpha = 1$ és $a = 3h$ kapcsolatokat használjuk föl és egyenletünket átalakítjuk az $x/h = \xi$ arányra mint ismeretlenre, majd a β , γ szögek adatait is behelyettesítjük:

$$\begin{aligned} \xi^2(\operatorname{ctg}^2 \beta + \operatorname{ctg}^2 \gamma - \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} \gamma) - \xi(2 \operatorname{ctg}^2 \gamma - \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} \gamma) + (\operatorname{ctg}^2 \gamma - 9) &= 0, \\ 789,9\xi^2 - 1561,4\xi + 811,0 &= 0, \\ \xi^2 - 2,085\xi + 1,083 &= 0, \\ \xi &= 1,0424 \pm 0,0612. \end{aligned}$$

A feladat szerint $x > h$, ezért $\xi > 1$, és csak a nagyobbik gyök fogadható el: $\xi = 1,104$, egyértelműen $x = 883$ m, ebből pedig (1) alapján AB -nek és AC -nek a térképen látható vetülete 2426 m, ill. 2374 m. (Lásd 2. ábra; a pontozott vonal $\xi = 0,981$ érték alapján az ellentétes irányban adódó, el nem fogadható C'_2 helyzetre mutatja, hogy teljesül $B'_2C'_2 = a$. Nem árt ugyanis gondolni a kizárt gyök esetleges értelmezésére.)



2. ábra

Megjegyzés. A feladatot egy mérnöki kérdésből alakította ki a szerkesztőség a szám adatok kerekítésével.¹ – Potenoth-szerkesztésen (másképpen Snellius – Potenoth-feladaton) a hátrametszést szokás érteni.² A szokásos három alappont helyett itt négy szerepel: B , B' , C' és C , és két szög helyett hármat mérünk meg a meghatározandó A álláspontban, kettőt függőleges, egyet a vízszintes síkban.

Az idézett cikk a B' , C' pontoknál levő szög sinusára ír föl egymástól függetlenül másodfokú egyenleteket – vagyis lényegében az AB' , AC' távolságokra –, majd a gyökök kiszámítását az akkori legfontosabb számítási segédeszköz, a logaritmustáblázat könnyebb alkalmazása céljára – segédszögek bevezetésével hajtja végre.

¹ Gyöngyössy Zoltán: A „térbeli Potenoth”. Magyar Mérnök- és Építész Egyet. Közlönye, 1914. évi 27. szám.

² Lásd ide az 1419. és 1424. gyakorlatokat is, K. M. L. 44 (1972) 172. és 220. old.