A feladat megoldása során a következő összefüggéseket használjuk ki:

I. ha az A és B esemény független, akkor együttes bekövetkezésük valószínűsége megegyezik az egyes valószínűségeik szorzatával:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B);$$

II. ha az A és B esemény kizárja egymást, akkor annak valószínűsége, hogy legalább az egyik bekövetkezik, megegyezik a két valószínűség összegével:

$$P(A + B) = P(A) + P(B);$$

III. ha valamely esemény bekövetkezésének valószínűsége P, akkor az esemény be nem következésének valószínűsége $(1 - P)$.

A feladat megoldása során még azt is feltesszük, hogy az egyes lövések egymástól független eseményeket jelentenek (akár ugyanarról, akár különböző lövőről van szó).

a) A kérdéses esemény akkor *nem* következik be, ha a leadott öt lövés egyike sem talál. Az első lövő a céltáblát III. szerint 0,2 valószínűséggel nem találja el, így ha kétszer lő, I. szerint $0{,}2 \cdot 0{,}2$ valószínűséggel nem találja el a táblát. A második lövő 0,4 valószínűséggel nem találja el a céltáblát, így annak valószínűsége, hogy a három lövésből egyik sem talál, I. szerint $0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4$ lesz. Annak a valószínűsége, hogy az öt lövés egyike sem talál, szintén I. szerint $0{,}2^2 \cdot 0{,}4^3$. Végül a feladatban kérdezett esemény valószínűsége III. szerint $1 - 0{,}2^2 \cdot 0{,}4^3 = 0,99744$.

b) Az előzőhöz hasonlóan annak valószínűsége, hogy az első lövő első lövése talál, a második nem, $0{,}8 \cdot 0{,}2$. Ugyanennyi annak a valószínűsége, hogy az első lövése nem talál, a második igen. Így II. szerint annak valószínűsége, hogy az első lövőnek pontosan egy lövése talál: $2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2$

Hasonló meggondolással annak a valószínűsége, hogy a második lövőnek a három lövése közül pontosan kettő talál: $3 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4$

Így annak valószínűsége, hogy mindkét fentebbi esemény egyszerre (azaz egy összefüggő kísérletben) bekövetkezik, I. szerint

$$(2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2) \cdot (3 \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}4) = 0{,}13824.$$

c) Határozzuk meg először a következő események p, q valószínűségeit:

1. az első lövő legalább kétszer talál,
2. a második lövő legalább kétszer talál.

Az 1. esemény p valószínűsége az előzőekhez hasonlóan: $p = 0{,}8^2$.

A 2. esemény akkor következik be, ha a második lövő vagy pontosan kétszer vagy pontosan háromszor találja el a céltáblát, így

$$q = 3 \cdot 0{,}6^2 \cdot 0,4 + 0{,}6^3.$$

A feladatban szereplő esemény úgy következhet be, ha az itt felírt két esemény valamelyike bekövetkezik. Osszuk ezt az együttes bekövetkezést három független részre:

1. bekövetkezik, 2. nem;
2. bekövetkezik, 1. nem;
1. is 2. is bekövetkezik.

Így, felhasználva a felírt összefüggéseket, a kérdezett valószínűség

$$p(1-q) + q(1-p) + pq = p + q - pq = 0{,}87328.$$

d) Annak a valószínűsége, hogy az első lövő egyszer eltalálja a céltáblát, a második pedig egyszer sem, $2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}4^3$.

Annak valószínűsége, hogy a második egyszer talál, az első egyszer sem:

$$0{,}2^2 \cdot 3 \cdot 0{,}4^2 \cdot 0{,}6.$$

Így annak valószínűsége, hogy a két esemény közül valamelyik bekövetkezik, II. szerint ezek összege: 0,032.

Ezzel a megoldást befejeztük.

Megjegyzések. 1. Többen úgy értelmezték a feladat *c)* részét, hogy legalább egy céllövő *pontosan* kétszer találja el a céltáblát. Ebben az esetben a q valószínűség helyébe $3 \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}4$ kerül, és a végeredmény

$$p + q - pq = 0{,}79552.$$

2. A *c)* rész eredeti eredménye kiadódik $1 - (1-p)(1-q)$-ból is. Az értelmezést az olvasóra hagyjuk.