

Mérőlapok felvételire II.

Az alább közölt feladatsor feladatai olyan jellegűek, mint amilyent az egyetemek és főiskolák felvételizői szoktak megoldani a felvételi vizsgákon. Megoldásukat mindazoknak javasoljuk, akik felvételire készülnek. Tanácsoljuk a megoldóknak, hogy a megoldásokat időre végezzék el. A megoldásra és leírásra fordítható idő összesen 180 perc.

1. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$2^{\frac{x-y}{2}} + 2^{\frac{x-y}{4}} = 2,$$
$$3^{\lg(2y-x)} = 1.$$

2. Az ABC háromszög kerülete 45 cm, továbbá

$$\frac{\sin \alpha}{3} = \frac{\sin \beta}{5} = \frac{\sin \gamma}{7}.$$

Mekkorák a háromszög oldalai?

3. Az $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$ egyenletű kör és a koordináta-tengelyek metszéspontjai egy négyszöget határoznak meg. A négyszög területe a kör területének hány százaléka?

4. Az egyenes országút egy pontjából jobbra 65° -os szög alatt egy egyenes mellékút ágazik el, amely a 7,5 km-re fekvő A községbe vezet. 3 km-t továbbhaladva az országúton egy újabb egyenes mellékút ágazik el 45° -os szög alatt balra, és ez az 5,5 km-re fekvő B községbe vezet. Mekkora távolságra van egymástól (légvonalban) a két község?

5. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\sin^4 x + \sin^4 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + \sin^4 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{5}{4}.$$

6. Bizonyítsa be, hogy ha a K_1, K_2, K_3 körkúpok alapkörének r_1, r_2, r_3 sugara és a kúpok m_1, m_2, m_3 magassága egy-egy azonos differenciájú számtani sorozat három egymást követő eleme, akkor a kúpok V_1, V_2, V_3 térfogata nem lehet egy számtani sorozat három egymást követő eleme.

7. Az a és $2a$ dm oldalú téglalap alakú lemez csúcsainál egy-egy egybevágó négyzetet kivágunk és a megmaradt oldaltéglalapokat felhajtvá felül nyitott dobozt készítünk. Mekkora legyen a kivágott négyzetek oldala, hogy a doboz térfogata maximális legyen? Mekkora ez a térfogat? Mekkora legyen az a értéke, ha a maximális térfogat 3 dm^3 kell legyen?

8. 1981 db különböző természetes szám összege 3 924 359. Mutassa meg, hogy a számok között legalább két páros szám van!

Összeállította: **Scharnitzky Viktor**

*

A megoldások be is küldhetők. A dolgozatok javítását és értékelését a TTK mat.-fiz. szakos tanárjelöltek egy csoportja vállalta, *Appel György* tanár vezetésével. A kijavított dolgozatokat visszaküldik mindazoknak, akik mellékelnek egy felbélyegzett válaszborítékot saját nevükre és címükre kitöltve. Kérjük a beküldőket, hogy ez esetben minden feladatot *külön lapra* írjanak. Minden lapra írják fel *nevüket* és *a feladat számát*.

A feladatok megoldása természetesen nem számít be a felvételi pontszámaiba. A tudáson kívül semmiféle előnyhöz nem juttatja a megoldókat.

A dolgozatokat a következő címre küldjék:

Appel György, Fővárosi Pedagógiai Intézet
Budapest VIII., Bródy S. u. 14.
1088