1. *Egy középen alátámasztott, l hosszúságú, homogén szalmaszál függőleges síkban foroghat. A szál eredetileg vízszintes helyzetet foglal el. Egy pók v_0 függőleges sebességgel érkezik a szál végétől $l/4$ távolságban lévő pontba, és azonnal elkezd futni a szálon, úgy, hogy a szál szögsebessége állandó legyen. A pók tömege egyenlő a szalmaszál tömegével. Mekkora lehet v_0 maximális értéke, hogy a pók eljuthasson a szalmaszál végéig? Feltesszük, hogy a pók leesik a szálról, amikor a szál eléri a függőleges helyzetet. Rajzoljuk meg azt a görbét, amelyen a pók mozog!*

Megoldás. Amikor a pók a szalmaszálra esik, a szalmaszál ω szögsebességgel forgásba jön. Az ω szögsebességet az impulzusmomentum (perdület) megmaradásából számolhatjuk ki.

$$mv_0 \cdot (l/4) = \left[\Theta_0 + m(l/4)^2\right]\omega,$$

ahol a bal oldalon az eső pók forgáspontra kiszámított impulzusmomentuma szerepel, $\Theta_0 = (1/12)ml^2$ a szalmaszál, $m(l/4)^2$ a pók tehetetlenségi nyomatéka és ω a szögsebesség. Ebből

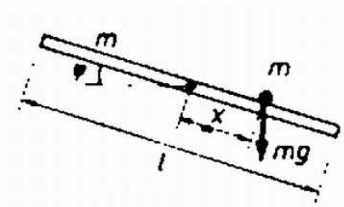
$$\omega = 12v_0/(7l).$$

A szálnak a szögsebessége a feladat szerint nem változik, annak ellenére, hogy a pók súlya forgatónyomatékot fejt ki. A forgómozgás alapegyenlete alapján az impulzusmomentum változási sebessége egyenlő a forgatónyomatékkal:

$$\mathrm{d}(\Theta\omega)/\mathrm{d}t = M.$$

Mivel feladatunkban a szögsebesség nem változik, csupán a Θ tehetetlenségi nyomaték változását kell figyelembe venni:

$$(\mathrm{d}\Theta/\mathrm{d}t)\,\omega = M.$$



1. ábra

Az 1. ábra alapján

$$\Theta = \Theta_0 + mx^2,$$

és

$$M = mg\,x\,\cos\varphi.$$

Ezt behelyettesítve kapjuk, hogy

$$\omega \cdot 2mx(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t) = mg\,x\,\cos\varphi,$$

ahol $\varphi = \omega t$ és $\omega = 12\,v_0/(7l)$. Innen

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{7gl}{24v_0}\cos\frac{12v_0}{7l}\,t,$$

ami azt jelenti, hogy a póknak úgy kell haladnia, hogy sebességét mindig a fenti összefüggés határozza meg. Ebből kiszámíthatjuk a pók út–idő összefüggését. Megkeressük azt a függvényt, amelynek differenciálhányadosa a jobb oldal. Ez a függvény

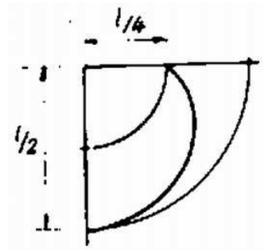
$$x = x_0 + \frac{49gl^2}{288v_0^2}\sin\left(\frac{12v_0}{7l}t\right).$$

Mivel a pók a szalmaszál végétől és így a közepétől is $l/4$ távolságra esett a szálra, a fenti összefüggésnek $t = 0$ értéknél $l/4$ értéket kell adnia. Ebből $x_0 = l/4$.

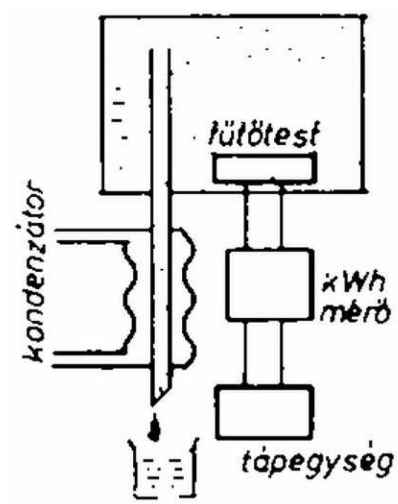
Abból a feltételből, hogy a pók a szalmaszál végénél essen le ($x = l/2$-nél), a szinusz függvény argumentumának $\pi/2$-nek kell lennie, mivel ekkor a szál függőleges. v_0-át a feltételből meghatározva és visszahelyettesítve az előző egyenletbe, megkapjuk a pálya egyenletét:

$$x = \frac{l}{4}\left(1 + \sin\frac{12v_t}{7l}\right) = \frac{l_0}{4}\,(1 + \sin\varphi).$$

Ezt a pályát mutatja a 2. ábra.



2. ábra



3. ábra

2. *A 3. ábrán látható rendszerben valamilyen folyadék forr különböző fűtőteljesítmény mellett. A kondenzátorban lecsapódó gőzt minden egyes teljesítményszinten* 300 másodpercen *át gyűjtjük. A táblázat a mérések eredményét tartalmazza. Számítsuk ki a kérdéses folyadék párolgási hőjét. Taglaljuk a hibaforrásokat és azok kiküszöbölésének lehetőségeit!*

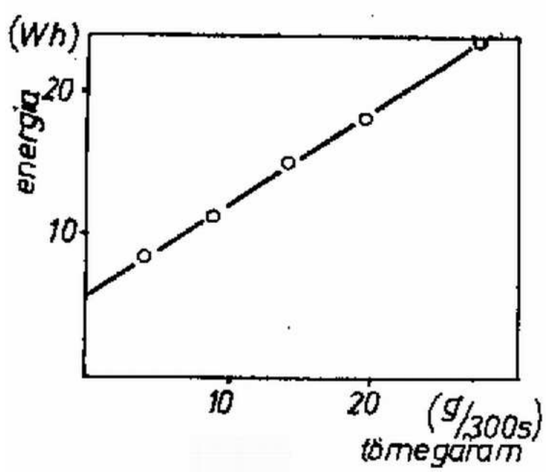
Megoldás: Ha veszteségek nem lépnek fel, a felvett energia és az elfort tömeg között lineális összefüggés van:

$$Q = L\,m,$$

ahol L a forráshő, amely a forrás hőmérsékletén egyenlő a párolgási hővel.

A feszültség körülbeli értéke (V)	Energia (k W h)	Tömegáram (g/300 s)
200	0,0237	26,0
200	0,0239	28,3
200	0,0240	27,9
180	0,0191	19,5
160	0,0150	14,2
140	0,0114	8,8
120	0,0083	3,9
120	0,0084	4,1
120	0,0085	4,2

Az első három mérési pontot, mivel a feszültség állandó, ugyanolyan beállításnál vették fel, tehát az eltérést a hibák okozzák. Ezt az állítást az is megerősíti, hogy itt az elforrt tömeg és az energia között nem monoton az összefüggés. Az egyforma beállítási pontokat átlagoljuk.
A 200 V-on felvett pontok átlaga: Energia: 0,02386 kWh; tömegáram: 27,4 g/300 s.
A 120 V-on felvett pontok átlaga: Energia: 0,0084 kWh; tömegáram: 4,1 g/300 s.



4. ábra

A mérési pontokat a 4. ábrán ábrázoltuk (a 200 V-on, ill. 120 V-on mért értékek fenti átlagát rajzoltuk a grafikonra). A grafikonon egyenest látunk, de ez nem felel meg az (1) összefüggés egyenletének, mivel a tengelymetszet nem nulla. Az illesztett görbe egyenlete

$$Q = Lm + Q_0,$$

ahol Q_0 a veszteség.

A grafikonból

$$L = 2340\ \text{kJ/kg}; \qquad Q_0 = 20{,}16\ \text{kJ}.$$

A véletlen hibákat az azonos feszültségnél felvett pontok tükrözik. Ebből az energia hibája 0,0002 kWh, ami hozzávetőlegesen 1 kJ. Ezt figyelembe véve

$$L = (2340 \pm 50)\ \text{kJ/kg}; \qquad Q_0 = (20 \pm 1)\ \text{kJ}.$$

A Q_0 veszteség a mérés szisztematikus hibája. Látjuk, hogy egy pontban történő mérésnél nem tudtuk volna a szisztematikus hibát meghatározni. A feladat lényege éppen abban állt, hogy ezt felismerjük. A veszteség 300 s alatti értéke Q_0, így a veszteségi teljesítmény

$$P_0 = \frac{Q_0}{300\ \text{s}} = (66 \pm 3)\ \text{W}$$

3. *Toroid alakú vasmag körül a primer tekercsben I_1 erősségű áram folyik, amelyet a táblázatban látható lépésekben változtatunk. A primer tekercsben változó áram hatására a szekunderben indukált töltést (Q_2) ballisztikus galvanométerrel mérjük. A primer tekercs menetszáma* 250, *a szekunderé* 50. *A szekunder tekercs ellenállása* 10,0 ohm, *a ballisztikus galvanométer ellenállása* 40,0 ohm. *Ábrázoljuk a hiszterézis görbét (H—B, mágneses térerősség – mágneses indukció)! A toroid közepes kerülete* 50,0 cm, *keresztmetszete* 10,0 cm^2.

(A toroid olyan, mint az autógumi belső. Ha a huzalt egyenletesen tekercseljük a toroidmag köré, mágneses tér csak a gyűrű belsejében van, és értéke $H = NI/l$, ahol N a menetszám, I az áramerősség, l a toroid közepes kerülete.)

I_1 (A)	$Q_2(\cdot 10^{-5}$ C)
2,0 $\to$ 1,0	$-8{,}0$
1,0 $\to$ 0,5	$-17{,}0$
0,5 $\to$ 0	$-42{,}0$
0 $\to$ $-0{,}5$	$-200{,}0$
$-0{,}5$ $\to$ $-1{,}0$	$-39{,}0$
$-1{,}0$ $\to$ $-2{,}0$	$-14{,}0$
$-2{,}0$ $\to$ $-1{,}0$	$+8{,}0$
$-1{,}0$ $\to$ $-0{,}5$	$+17{,}0$
$-0{,}5$ $\to$ 0	$+42{,}0$
0 $\to$ 0,5	$+200{,}0$
0,5 $\to$ 1,0	$+39{,}0$
1,0 $\to$ 2,0	$+14{,}0$

Megoldás. Ha I áram folyik a tekercsben, akkor a mágneses tér

$$H = NI/l,$$

ahol N a primer tekercs menetszáma (250), l a toroid kerülete (0,5 m), tehát

$$H = 500(\mathrm{l/m}) \cdot I.$$

A ballisztikus galvanométerrel mért töltést az indukált áram szállította. Ha a változás Δt idő alatt történt, akkor az átlagos áramerősség

$$I = Q_2/\Delta t.$$

Az indukált feszültség ($R = R_{\text{tekercs}} + R_{\text{galvanométer}} = 10\Omega + 40\Omega = 50\Omega$):

$$U = IR = Q_2 R/\Delta t.$$

Ha a mágneses tér változása ΔB, az indukció törvénye alapján

$$U = (\Delta B/t)FN,$$

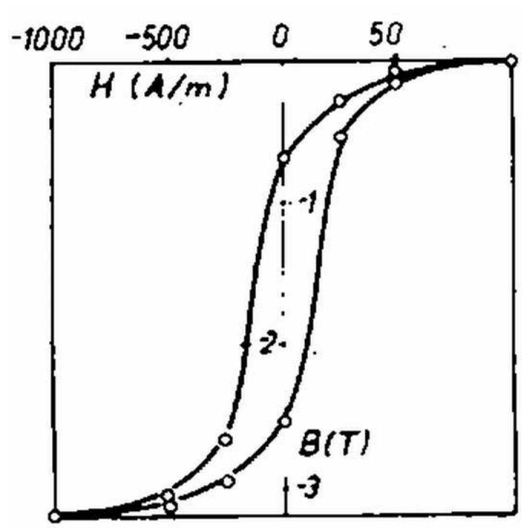
ahol $F = 10^{-3}$ m^2 és $N = 50$. Ebből

$$\Delta B = \frac{Q_2 R}{FN} = 1\,\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{A\ m^2}}\,Q_2 = 1\,\frac{\mathrm{kT}}{\mathrm{C}}\,Q_2.$$

Így a táblázatot kiegészíthetjük H és ΔB megfelelő értékeivel.

I_1 (A)	H (A/m)	Q_1 ($\cdot 10^{-5}$ C)	ΔB (T)
2,0 → 1,0	1000 → 500	−8,0	−0,08
1,0 → 0,5	500 → 250	−17,0	−0,17
0,5 → 0	250 → 0	−42,0	−0,42
0 → −0,5	0 → −250	−200,0	−2,00
−0,5 → −1,0	−250 → −500	−39,0	−0,39
−1,0 → −2,0	−500 → −1000	−14,0	−0,14
−2,0 → −1,0	1000 → −500	+8,0	+0,8
−1,0 → −0,5	−500 → −250	+17,0	+0,17
−0,5 → 0	−250 → 0	+42,0	+0,42
0 → 0,5	0 → 250	+200,0	+2,00
0,5 → 1,0	250 → 500	+39,0	+0,39
1,0 → 2,0	500 → 1000	+14,0	+0,14

Ezeket az adatokat az A pontból kiindulva ábrázoltuk az 5. ábrán. Az A' pontba tettük a B tengely 0 pontját. Ezzel megkaptuk a vasmag hiszterézis görbéjét.



5. ábra

Kísérleti feladat. *Határozzuk meg kísérletileg az adott fonál rugalmas tulajdonságait a húzóerő függvényében! (Az értékelésnél figyelembe vesszük a mérési módszert és az eredmény fontosságát.) A beszámolóhoz mellékeljük a mérési adatokat! Csak a megadott eszközök használhatók.*

Megoldás. Az adott fonál horgászzsinór volt. A feladathoz több hosszúságmérő eszközt (tolómérce, csavarmikrométer, mérőszalag stb.), akasztható súlyokat, bunzenállványt, a bunzenállványhoz szorítódiókat, több különböző alakú fémdarabot (henger, kocka) mellékeltek.

Ezek segítségével meg lehetett határozni a szál Young modulusát.

A mérésnél elsősorban az állvány terhelés közbeni lehajlására kellett vigyázni. Ennek hatását különbségi méréssel lehet kiküszöbölni, úgy hogy két szálat függesztünk fel és csak az egyiket terheljük, és hosszkülönbséget mérünk.

A horgászzsinór terhelés nélkül nem egyenes, ezért alapterhelést kellett alkalmazni.

A súly ráakasztásakor a horgászzsinór nem tágult ki azonnal a végleges értékre, ehhez a 3–4 s-os megnyúlási időt ki kellett várni, vagy azonnal kellett mérni. Az első eset egy sztatikus, a második a dinamikus Young moduluszt adja. A tágulási idő kimérése emelte a mérés színvonalát.

A zsinór megnyúlása nem volt a terhelés egyértelmű függvénye. Pontosabb mérésekkel hiszterézis görbét is ki lehetett mérni.