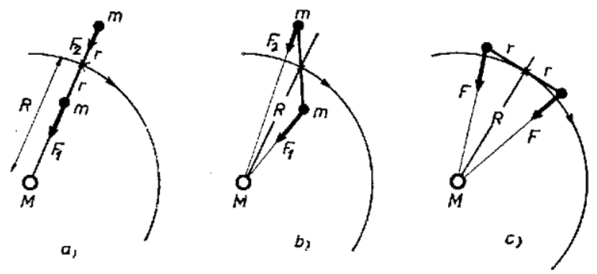
Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 1979. október 27-én rendezte 56. versenyét Budapesten és 11 vidéki városban az 1979-ben érettségizettek és középiskolai tanulók részére. A versenyzők 5 órai munkaidő alatt oldhattak meg három feladatot. Bármely segédeszköz használata megengedett ezen a versenyen, beleértve a zsebszámítógépet is. Összesen 300 dolgozat érkezett be. Ismertetjük a feladatokat és megoldásukat.

1. *Egy súlyzó alakú űrállomás körpályán kering a Föld körül. (Hajtóműveit nem működteti.) Az űrállomás tengelye milyen helyzetben maradhat meg változatlanul a mindenkori pályasugárhoz képest?*



1. ábra

Megoldás. Először helyezzük el az űrállomást a keringés síkjában a rádiuszhoz képest ferde szögben (1.b ábra). A közelebbi tömegre ható F_1 erő nagyobb, mint a távolabbi tömegre ható F_2 vonzóerő, azonkívül F_2 erőkarja is kisebb. Olyan forgatónyomaték keletkezik, amely a rádiuszhoz közelíti a tömegeket. Így nincs egyensúlyi helyzet.

Ha a súlyzó a rádiusz irányában fekszik, nincs forgatónyomaték, az ilyen helyzet egyensúlyi helyzet, méghozzá stabilis. (Ha kibillentenénk az űrállomást ebből a helyzetéből, a fellépő forgatónyomaték a radiális helyzet felé forgatná.) Ez az egyensúlyi helyzet akkor valósul meg, ha olyan ω_1 szögsebességgel helyezzük az űrállomást a körpályára, amely mellett

$$\frac{fmM}{(R-r)^2}+\frac{fmM}{(R+r)^2}=m\omega_1^2(R+r)+m\omega_1^2(R-r),$$

(a gravitációs erő szolgáltatja a körmozgás gyorsulását).
Eszerint a szükséges szögsebesség:

$$\omega_1^2=\frac{fM}{R}\cdot\frac{1+(r/R)^2}{[1-(r/R)^2]^2}\approx\frac{fM}{R^3}\cdot\left[1+3\left(\frac{r}{R}\right)^2+\dots\right].$$

Elhelyezhetjük az űrhajót a körpálya érintőjében is (1.c ábra). Ez is egyensúlyi helyzet, mert az eredő forgatónyomaték nulla, de labilis, mert a legkisebb kimozdulás esetében átbillen a radiális helyzetbe. Az érintőleges egyensúlyi helyzet esetében a mozgásegyenlet:

$$\frac{fmM}{R^2+r^2}=m\omega_2^2\sqrt{R^2+r^2}.$$

Ilyen esetben a (labilis) egyensúlyi helyzethez ω_2 szögsebesség tartozik:

$$\omega_2^2=\frac{fM}{R^3}\cdot\frac{1}{[1+(r/R)^2]^{3/2}}\approx\frac{fM}{R^3}\cdot\left[1-\frac{3}{2}\left(\frac{r}{R}\right)^2+\dots\right].$$

Ez a szögsebesség kisebb, mint amely a radiális, stabilis egyensúlyi helyzethez tartozik.

Ugyanez a meggondolás érvényes akkor is, ha az űrhajó helyzete merőleges a pályasugárra, de nem fekszik a pálya síkjában.

Megvizsgáljuk az energiaviszonyokat is. A radiális, stabilis egyensúlyi helyzetben a gravitációs energia a végtelenhez képest:

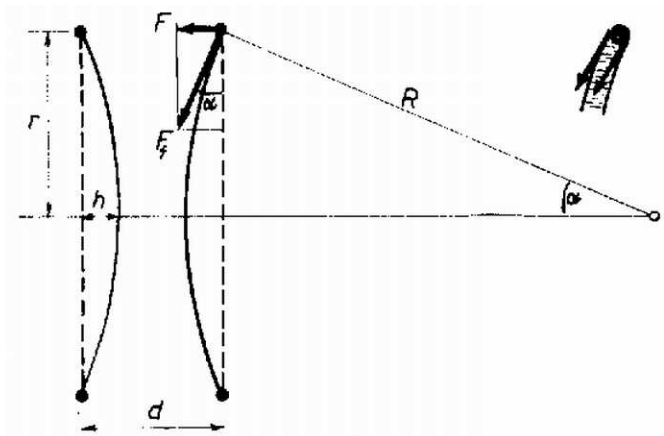
$$-\int\limits_{R-r}^{\infty}\frac{fmM}{x^2}dx-\int\limits_{R+r}^{\infty}\frac{fmM}{x^2}dx=-\frac{2fmM}{R}\cdot\frac{1}{1-(r/R)^2}\approx-\frac{2fmM}{R}\cdot\left[1+\left(\frac{r}{R}^2\right)+\dots\right].$$

Az érintőleges helyzetben a gravitációs energia:

$$-2\int\limits_{\sqrt{R^2+r^2}}^{\infty}\frac{fmM}{x^2}dx=-\frac{2fmM}{R}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+(r/R)^2}}\approx-\frac{2fmM}{R}\cdot\left[1-\frac{1}{2}\left(\frac{r}{R}\right)^2+\dots\right].$$

A radiális helyzetben a gravitációs energia alacsonyabb, mint a labilis egyensúlyi helyzetben.

2. *Két,* $r=1$ cm *sugarú drótkarika* $d=1$ cm *távolságban áll egymással szemben. A drótkarikákat szappanhártyák vonják be. Amikor a két hártyát egy elektromos feszültségforrás sarkaira kapcsoljuk, a hártyák gömbsüvegek formájában kissé egymás felé domborodnak. Mindegyik hártya közepének elmozdulása* $h=1$ mm. *Mekkora az elektromos potenciálkülönbség? A szappanoldat felületi feszültsége* $f=0{,}03$ newton/méter.



2. ábra

Megoldás. Egy szóródásmentes, homogén terű síkkondenzátor két lemeze között a vonzóerő:

$$F = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot \frac{A}{d^2} \cdot U^2.$$

Itt az $A = \pi r^2$ lemezterület m^2-ben, a d lemeztávolság méterben, az U potenciálkülönbség voltban, az F erő newtonban értendő. Megoldásunkban a szappanhártyákat síkkondenzátor lemezeiként kezeljük.

A felületi feszültségből a kerület minden hosszegysége mentén $2f$ erő származik, mert a hártyának két oldala van (2. ábra). Ennek az erőnek $2f \sin\alpha$ összetevője egyensúlyozza az elektrosztatikus vonzóerőt, a teljes $2\pi r$ egész kerület mentén összegezve: $2\pi r \cdot 2f \sin\alpha$.

A $\sin\alpha$ a gömbsüveghez tartozó derékszögű háromszögből számítható:
$R^2 = r^2 + (R-h)^2$, innen

$$R - \frac{r^2+h^2}{2h} \qquad \text{és} \qquad \sin\alpha - \frac{r}{R} = \frac{2h}{r} \cdot \frac{1}{1+(h/r)^2} \approx \frac{2h}{r}.$$

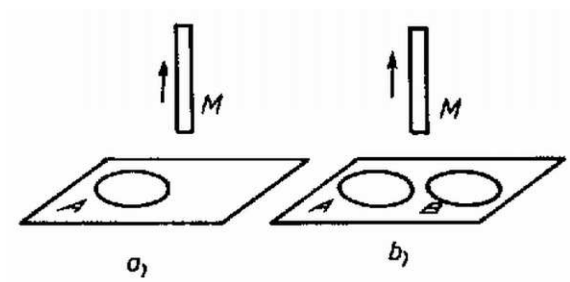
Az elektrosztatikus erőt egyenlővé tesszük a felületi feszültségből származó erővel, $\sin\alpha$ értékét felhasználva:

$$\frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot \frac{\pi r^2}{d^2} \cdot U^2 = 4\pi r f \cdot \frac{2h}{r},$$

innen a keresett potenciálkülönbség:

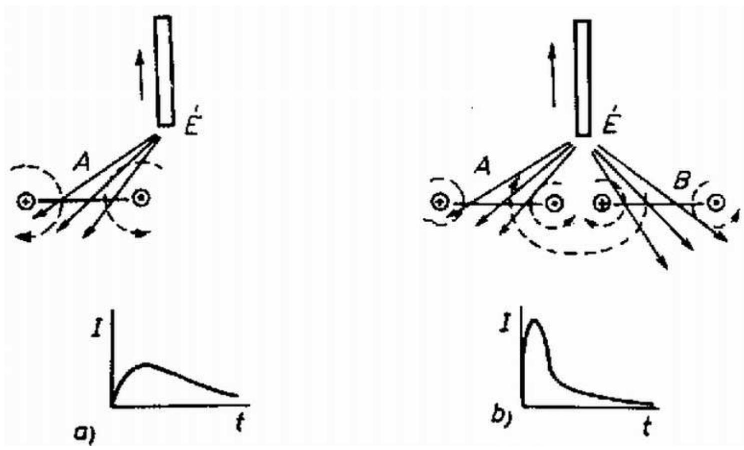
$$U = \frac{4d}{r} \cdot \sqrt{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 f h} = 737 \text{ volt.}$$

3. *Az első esetben a 3.a ábra szerint az M mágnes tengelyére merőleges síkban helyezkedik el az A lapos tekercs. A második esetben a mágnes tengelyéhez szimmetrikusan ugyanolyan B tekercs is van (3.b ábra.) A mágnesrudat hirtelen elrántjuk. Melyik esetben lesz nagyobb az A tekercsben keletkező áram?*



3. ábra

Megoldás. A mágnes elrántásakor csökken az A tekercsben az M mágnes által okozott fluxus, ezért a tekercsben olyan irányú áram indukálódik, amelynek mágneses fluxusa pótolni igyekszik a fluxusveszteséget. A 4. ábra metszetben mutatja az elrendezést. Az indukált áram által keltett mágneses tér erővonalait a szaggatott körök mutatják. A második esetben az indukált áram által a B tekercsben létrehozott erővonalak egy része átmegy az A tekercs területén is, de az A tekercs indukált áramához tartozó erővonalakkal szembe haladva. Így a B tekercs jelenlétében az A tekercs indukált áramának nagyobb fluxusváltozást kell kivédenie. Tehát a második esetben nagyobb az A tekercs indukált áramának erőssége. Természetesen mindezt fordítva el lehetne mondani B tekercsre is.



4. ábra

Indukció esetében az összes megmozdított töltés arányos a teljes fluxusváltozással. A teljes fluxusváltazás – a kísérlet elejétől a végéig vizsgálva – mindkét kísérletben ugyanakkora, így a megmozdított töltés is. A 4. ábra alsó részén az $I - t$ diagramok alatti területek egyenlők, de a b kísérlet esetében az áramcsúcs hegyesebb.

A verseny eredménye

I. díjat nyert *Kaufmann Zoltán*, a budapesti ELTE-TTK fizikus hallgatója (a váci Sztáron Sándor Gimnáziumban érettségizett Molnár Sándorné tanítványaként).

II. díjat négyen kaptak egyenlő helyezésben: *Bene Gyula* honvéd (Miskolcon érettségizett a Földes Ferenc Gimnáziumban Zsudel László tanítványaként), *Csordás András* honvéd (Esztergomban a Dobó Katica Gimnáziumban érettségizett Sipos Imre tanítványaként), *Frankhauser József* honvéd (Budapesten a József Attila Gimnáziumban érettségizett Tóth Eszter tanítványaként) és *Körmendy Péter* honvéd (Budapesten a Petőfi Sándor Gimnáziumban érettségizett Szondi Lajos tanítványaként).

III. díjat nyertek egyenlő helyezésben *Szalontai Zoltán* a törökszentmiklósi Bercsényi Miklós Gimn. IV o. t., (tanára Szalontai László) és *Szomor Zoltán* a Pécsi Orvostudományi Egyetem hallgatója (a pécsi Nagy Lajos Gimnáziumban érettségizett Tornyos Tivadar tanítványaként).

Két versenvző kapott dicséretet: *Boroven József* a budapesti Eötvös József Gimnázium III. o. t. (tanára Vargha Balázs) és *Pacher Tibor* honvéd (Mosonmagyaróvárott a Kossuth Lajos Gimnáziumban érettségizett Gulyás Ferencné tanítványaként.)