

1. Egy kétkarú mérleg pontatlan, mivel karjai különböző hosszúak és tányérjai különböző súlyúak. Az A , B , C különböző súlyú tárgyakat külön-külön megmértük. Amikor a tárgyakat a bal oldali tányérba tettük, ezeket az A_1 , B_1 , C_1 súlyokkal tudtuk rendre kiegyensúlyozni. Amikor A -t és B -t a jobb oldali tányérba raktuk, akkor az A_2 , B_2 súlyokkal tudtuk egyensúlyba hozni. Határozzuk meg a C súlyát az A_1 , B_1 , C_1 , A_2 és B_2 segítségével.

2. Határozzuk meg a különböző háromtagú számtani sorozatok maximális számát, amelyet az $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ n valós elemű sorozatból ki tudunk választani.

3. Legyen

$$F_r = x^r \sin(rA) + y^r \sin(rB) + z^r \sin(rC),$$

ahol x, y, z, A, B, C valósak, $A + B + C$ egész számú többszöröse π -nek. Bizonyítsuk be, hogy ha $F_1 = F_2 = 0$, akkor $F_r = 0$ minden r pozitív egészre.

4. Egy adott tetraéder beírt gömbje érinti a tetraéder mind a négy lapját az illető lap súlypontjában. Bizonyítsuk be, hogy a tetraéder szabályos.

5. Bizonyítsuk be, hogy ha $1 \geq a, b, c \geq 0$, akkor

$$\frac{a}{b+c+1} + \frac{b}{c+a+1} + \frac{c}{a+b+1} + (1-a)(1-b)(1-c) \leq 1.$$