Nemzetközi matematikai versenyt rendeztek Luxemburgban. A versenyen Belgium, Hollandia, Nagy-Britannia, Jugoszlávia és Luxemburg vett részt, 8–8 fős csapattal. Az olimpia szokásos rendje szerint a résztvevőknek 2 napon 3–3 feladatot kellett megoldaniuk. A megoldásra fordítható idő 4–4 óra volt.

A verseny befejeztével az 5 tagú nemzetközi zsűri 1 első díjat (37 pont), 7 második díjat (30–34 pont) és 11 harmadik díjat osztott ki. A legjobb eredményt a holland *Karlljan Schontens* érte el.

A verseny feladatai a következők (a feladatok után zárójelben a kitűző ország neve és az elérhető maximális pontszám áll):

1. Keressük meg az összes olyan f, racionális helyeken értelmezett racionális értékeket felvevő függvényt, amely kielégíti a következő feltételeket

(i) $$f(1) = 2$$

(ii) $$f(xy) = f(x)\,f(y) - f(x+y) + 1,$$

ahol x, y racionális számok. (Nagy-Britannia, 6)

2. Legyen A, B és C három egy egyenesen levő pont, B az A és C között van. Az AC egyenesnek ugyanazon oldalára rajzoljuk meg az AB, BC és AC átmérőjű félköröket. Az első két félkör B-beli közös érintője messe a harmadik kört E-ben. Legyen U és V az első két félkör másik közös érintőjének érintési pontja. Fejezzük ki az EUV és EAC háromszögek területének arányát az $r_1 = \dfrac{1}{2}AB$ és $r_2 = \dfrac{1}{2}BC$ függvényeként.

(Luxemburg, 7)

3. Legyen p egy prím szám és n egy pozitív egész szám. Igazoljuk, hogy a következő két állítás ekvivalens:

$(i)\binom{n}{k}$ binomiális együtthatók egyike sem osztható p-vel, ahol $k = 0,\ 1, \dots, n$.

$(ii) n$ előállítható a következő alakban: $n = p^s q - 1$, ahol s és q egész, $s \geq 0,\ 0 < q < p$.

(Jugoszlávia, 7)

4. Két kör érinti egymást (belülről vagy kívülről) a P pontban. Az a egyenes érinti a körök egyikét az A pontban és metszi a másikat a B és C pontban. Bizonyítsuk be, hogy a PA egyenes a BPC szög egyik szögfelezője.

(Belgium, 6)

5. Tíz játékos játszik, mindegyik ugyanolyan összegű pénzzel. Minden játszmában 5 kockával dobnak, Jelölje n a kockán dobott összeget. Minden esetben az a játékos, aki éppen dobott, kifizeti mind a 9 ellenfelének az éppen akkor náluk levő pénz $1/n$-ed részét. A játékosok egymás után dobnak és fizetnek. A 10. dobásnál a kocka 12-t mutatott és fizetéskor kiderült, hogy minden játékosnak annyi pénze van, mint a játék kezdetekor. Határozzuk meg, ha lehetséges, a kockákon dobott összegeket rendre.

(Hollandia, 7)

6. Határozzuk meg az összes olyan $(x,\ y)$ egész számpárt, amely kielégíti a következő egyenletet:

$$x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 = 8(x^2 + xy + y^2 + 1).$$

(Hollandia, 7)