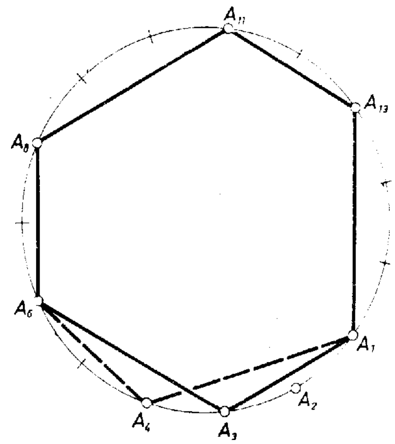
Egyetlen alkalmas példa megadása elég ahhoz, hogy a kérdésre így válaszolhassunk: igen, lehetséges. Írjunk a körbe egy szabályos 15-szöget, jelöljük egy csúcsát A_1-gyel, egyik szomszédját A_2-vel, majd ebben az irányban tovább haladva az egymás utáni csúcsokat rendre A_3-mal, ..., A_{15}-tel. Ekkor a menetirány mentén bármelyik két csúcs távolsága a köríven mérve annyi egység, mint az indexeik különbsége $\overset{\frown}{A_iA_j} = j - i$ (ha $j > i$), az ellentétes irányban mérve pedig az ezt 15-re kiegészítő szám: $15 - (j - i) = (15 + i) - j$, mindenesetre pozitív egész szám.



1. ábra

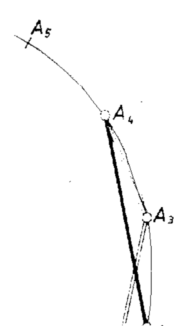
Válasszuk halmazunk első pontjává A_1 et, majd egymás után azokat a csúcsokat, amelyeket a menetirányban váltakozva 2 és 3 egységnyi ívet haladva találunk. Ezek a „további” pontok megfelelnek, mert egyik irányban 2 egységnyire van tőlük a szomszédos (a legközelebbi) kiválasztott pont, a másik irányban 3 egységnyire, a további pontok pedig távolabbra, pl. a második szomszéd mindkét irányban $2 + 3 = 5$ egységnyire.

Mivel az ezzel a $(2 + 3)$ lépéspárral bejárt ívhossz 3-szor (egész számszor) van meg körünk kerületében, azért 3 lépéspárt előre haladva éppen A_1 be jutunk vissza, az A_1-re teljesül a követelmény második része is, és a kiválasztott pontok száma $3 \cdot 2 = 6$, nem többszöröse 10-nek. – A kérdésre tehát valóban igenlő a válasz. (Az 1. ábrán az $A_1A_3A_6A_8A_{11}A_{13}A_1$ összekötővonal nem lényeges, csak a jobb kiemelést célozza.)

Megjegyzések. 1. Emberi gyengeség, hogy az igen gyorsan áttekinthető kérdésekre elsietett, elnagyolt választ adunk. A beküldött dolgozatokból is gyakran hiányzik annak kimondása, hogy semelyik pontunktól sincs egynél több pontja a halmaznak 2, illetve 3 egységnyi távolságban. (Ezt a hiányt azonban az elbírálásban elnézte a szerkesztőség.)

2. Az A_6 csúcsból rövidebben jutunk vissza A_1- be fordított irányú haladással, A_4- en át (1. ábra szaggatott vonala). Így azonban már nem maradhat el az előbb hiányolt bizonyítás, nem mondható ugyanis, hogy további pontja csak 2, ill. 3 egységnyinél nagyobb távolságra van a halmaznak, hiszen $A_3A_4 = 1$.

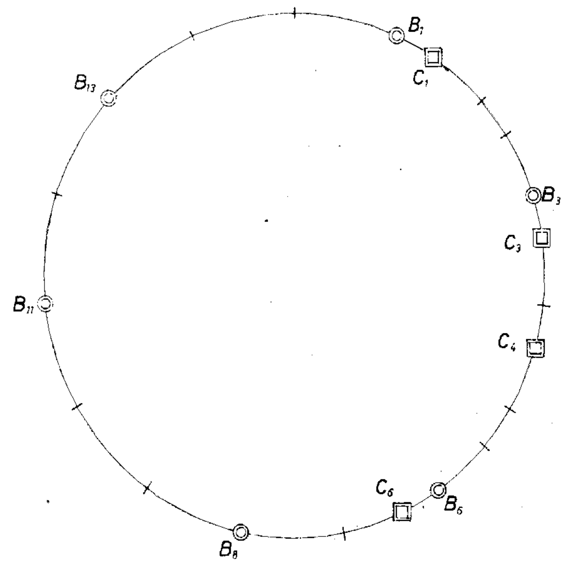
3. A feladatnak a kitűzéskor megadott forrásában (ahol a 2 és 3 egységnyi távolságok helyén 1 és 2 egységnyiek állnak) a fenti elv szerint csak $15 : (1 + 2) = = 5$ „vegyes páros” lépéssel jutunk vissza a kiindulópontba és így $5 \cdot 2$ pontot jelölünk ki. A legutóbb mondott visszafordulás ugyanis nem lehetséges, mert az $A_1A_2A_4A_3$ menetvonal mentén A_3 is egységnyi távolságra lenne A_2-től (2. ábra). Ezen alapszik az ottani állítás.



2. ábra

4. Az 1. megjegyzésben említett elhamarkodás fokozott mértékben jelentkezik ilyen állításban: „csak 6 (vagy csak 4) pontból állhat a halmaz” (szórványosan ez is olvasható az érkezett dolgozatokban). Itt az előkészítő 15-szög már

gáttá emelkedett további kiválasztások elé. A 3. ábra megjelölt B_i és C_j pontjait egyesítve éppen 10 pontunk van. Az előkészítő 15-szög egységnyinél kisebb ívvel való elfordítása útján tetszés szerinti számú újabb 4 vagy 6 elemű részhalmazt jelölhetünk ki halmazunk céljára.



3. ábra