A szereplő logaritmusok csak az

$$x > y > 0 \tag{3}$$

nagyságviszony esetében vannak értelmezve, csak ennek eleget tevő megoldást fogadhatunk el. A logaritmusokra vonatkozó azonosságok alapján (1) és (2) mindegyik oldalát egyetlen logaritmusként írjuk:

$$\lg 2(x-y) = \lg\sqrt{\frac{x}{y}}, \tag{1a}$$

$$\lg\frac{x+y}{3} = \lg\sqrt{\frac{y}{x}}. \tag{2a}$$

Ezekből a logaritmus inverz műveletével kapunk egyszerűbb, rendre ekvivalens egyenleteket. 10-et az (1a) két oldalán álló, másrészt a (2a) két oldalán álló kitevőkre hatványozzuk. A

$$10^{\lg z} = z \qquad (\text{ha } z > 0)$$

azonosság alapján:

$$2(x-y) = \sqrt{\frac{x}{y}}, \tag{1b}$$

$$\frac{x+y}{3} = \sqrt{\frac{y}{x}}. \tag{2b}$$

A bal oldalak és a jobb oldalak hányadosainak egyenlőségét felírva, nem szerepel négyzetgyökjel:

$$\frac{6(x-y)}{x+y} = \frac{x}{y}.$$

A bal oldal számlálóját és nevezőjét y-nal osztva az $\frac{x}{y} = u$ hányadosra másodfokú egyenletet kapunk:

$$\frac{6(u-1)}{u+1} = u, \qquad u^2 - 5u + 6 = (u-2)(u-3) = 0,$$

és az innen adódó $u_1 = 2$, $u_2 = 3$ gyökök mindegyike eleget tesz a (3)-ból következő $u > 1$ követelménynek.

Mármost $u_1 = 2$ mellett $y_1 = \frac{x_1}{2}$, ezt (1b)-be beírva tüstént a megoldást kapjuk:

$$2\left(x_1 - \frac{x_1}{2}\right) = x_1 = \sqrt{2} \text{ (mindjárt csak a pozitív gyökét véve)}$$

$$y_1 = \frac{1}{\sqrt{2}};$$

$u_2 = 3$ mellett pedig hasonlóan

$$2\left(x_2 - \frac{x_2}{3}\right) = \frac{4x_2}{3} = \sqrt{3}, \qquad x_2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}, \qquad y_2 = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Mindezek szerint az (1), (2) egyenletrendszernek két megoldása van.