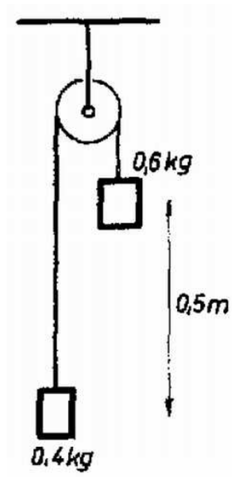
Az I. forduló feladatai

1. *Egy elhanyagolható tömegű csigán* 0,4 kg és 0,6 kg *tömegű testek lógnak (1. ábra). Nyugalmi állapotból elengedve:*
a) *Mennyi idő múlva találkoznak?*
b) *Mekkora ekkor az egymáshoz viszonyított sebességük?*



1. ábra

Megoldás. A gyorsulás

$$a = \frac{0{,}6\ \mathrm{kg} - 0{,}4\ \mathrm{kg}}{0{,}6\ \mathrm{kg} + 0{,}4\ \mathrm{kg}} \cdot g = \frac{g}{5}.$$

Az $s = 0{,}25$ m út megtételéhez szükséges idő:

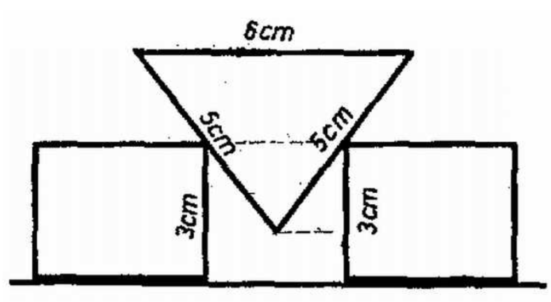
$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 0{,}505\ s.$$

A sebesség ekkor

$$v = \sqrt{2as} = \sqrt{g/10} = 0{,}99\ \mathrm{m/s},$$

az egymáshoz viszonyított sebesség ennek a kétszerese: 1,98 m/s.

2. *Egy háromszögalapú hasáb két téglatestre támaszkodik (2. ábra). A hasáb alaplapjának élei* 5 cm, 5 cm *és* 6 cm *hosszúak. A hasáb oldallapjának felezővonalán támaszkodik a* 3 cm *magas téglatestekre. A három test tömege egyenlő. A súrlódás elhanyagolható. Nyugalmi helyzetből elindulva mekkora sebességgel érkezik a hasáb az asztallaphoz?*



2. ábra

Megoldás. A geometriai viszonyokból következik, hogy a hasáb félmagasságnyi, 2 cm-es lesüllyedése esetében a téglatestek vízszintesen 1,5 cm-rel tolódnak el; ugyanilyen arányban állnak a sebességek és a gyorsulások:

$$4 : 3 = s_1 : s_2 = v_1 : v_2 = a_1 : a_2.$$

Az 1-es index a hasábra, a 2-es az egyik téglatestre vonatkozik. Az energia-megmaradás törvénye szerint a hasáb lesüllyedésekor végzett munka a három test mozgási energiáját eredményezi:

$$mgh = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + m \cdot \left(\frac{3}{4}v_1\right)^2.$$

A megtett út $h = 1$ cm $= 0{,}01$ m, így a hasáb sebessége:

$$v_1 = 4\sqrt{\frac{gh}{17}} = 0{,}304 \text{ m/s}.$$

3. *Egy* 5 méter *sugarú,* 300 kg *tömegű korong szélén* 80 kg *tömegű ember áll. A korong az emberrel együtt függőleges tengelye körül kezdetben* $0{,}1 \text{ s}^{-1}$ *fordulatszámmal forog. A korong szélén álló ember bemegy a korong középpontjába. Mennyi a rendszer energiájának megváltozása ?*

Megoldás. Ilyen esetben a szögsebesség és tehetetlenségi nyomaték szorzata, az úgynevezett impulzusnyomaték állandó marad. A tehetetlenségi nyomaték az első állapotban:

$$0{,}5 \cdot 300 \text{ kg} \cdot (5 \text{ m})^2 + 80 \text{ kg} \cdot (5 \text{ m})^2 = 5750 \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

a végállapotban

$$0{,}5 \cdot 300 \text{ kg} \cdot (5 \text{ m})^2 = 3750 \text{ kg}{\cdot}\text{m}^2.$$

A szögsebesség az első állapotban $2\pi \cdot 0{,}1 \text{ s}^{-1} = 0{,}628 \text{ s}^{-1}$, ekkor az impulzus-nyomaték

$$0{,}628 \text{ s}^{-1} \cdot 5750 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 3611 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

A második állapotban jelöljük a szögsebességet ω-val. Az impulzusnyomaték állandósága folytán:

$$3750 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \omega = 3611 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}.$$

Az új szögsebesség innen $\omega = 0{,}963 \text{ s}^{-1}$, a fordulatszám ennek megfelelően $0{,}153 \text{ s}^{-1}$. A mozgási energia az első állapotban

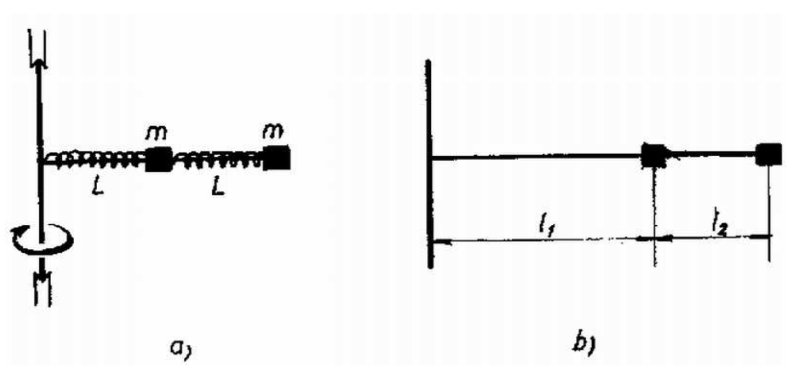
$$0{,}5 \cdot 5750 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 (0{,}628 \text{ s}^{-1})^2 = 1134 \text{ joule},$$

a második állapotban pedig

$$0{,}5 \cdot 3750 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot (0,963 \text{ s}^{-1})^2 = 1739 \text{ joule}.$$

A mozgási energia növekedése 605 joule. Egy ilyen mozgás során a mozgási energia nem marad állandó, hanem megnövekszik, a mechanikai energiamegmaradás törvénye nem érvényes. Az ember csak izmaival végzett munka árán képes bejutni a középpontba, ezt pedig szervezete anyagainak kémiai energiájából meríti. Ha az összes energiafajt figyelembe vesszük, akkor a rendszer összenergiája természetesen nem változik.

4. *Egy függőleges tengelyhez vízszintes rúd csatlakozik (3a. ábra). A rúdon két egyforma rugóval összekötött, egyenként* $1 - 1$ kg *tömegű test súrlódás nélkül csúszhat. A rugók nyújtatlan hossza* $L = 0{,}1$ méter *és rugóállandója* $D = 10$ N/m. *Mekkora állandó szögsebességgel kell a tengelyt forgatni, hogy a külső tömeg* $3L$ *távolságban legyen a tengelytől ?*



3. ábra

Megoldás. Jelöljük a megnövekedett rugóhosszúságokat l_1-gyel és l_2-vel (*3b. ábra*). A külső tömeget a külső rugó rugalmas ereje kényszeríti a körpályára, ezért

$$D(l_2 - L) = m\omega^2 \cdot 3L.$$

A belső tömeget a két rugóerő eredője tartja a körpályán:

$$D(l_1 - L) - D(l_2 - L) = m\omega^2 l_1.$$

Az egyenletek összeadásával kiküszöböljük l_2-t:

$$D(l_1 - L) = 3m\omega^2 L + m\omega^2 l_1,$$

és ebből az első rugóhossz:

$$l_1 = L \cdot \frac{D + 3m\omega^2}{D - m\omega^2}.$$

$l_1 + l_2 = 3L$ alapján a második rugóhossz:

$$l_2 = L \cdot \frac{2D - 6m\omega^2}{D - m\omega^2}.$$

Az ω meghatározásához legelső egyenletünkbe behelyettesítjük l_2 most kapott értékét; rendezés után kapjuk:

$$3m^2\omega^4 - 8Dm\omega^2 + D^2 = 0.$$

Ennek megoldása:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{3m}(4 \pm \sqrt{13})}, \qquad \omega_1 = 5{,}04\ \mathrm{s}^{-1}, \quad \omega_2 = 1{,}15\ \mathrm{s}^{-1}.$$

Eszerint ω független L nagyságától. A két gyök közül fizikailag csupán ω_2 reális, ugyanis $D < m\omega^2$, ezért ω_1 esetében l_1-re negatív érték adódik. Tehát $\omega = = 1{,}15\ \mathrm{s}^{-1}$. Ennek felhasználásával a megnyúlt rugóhosszak:

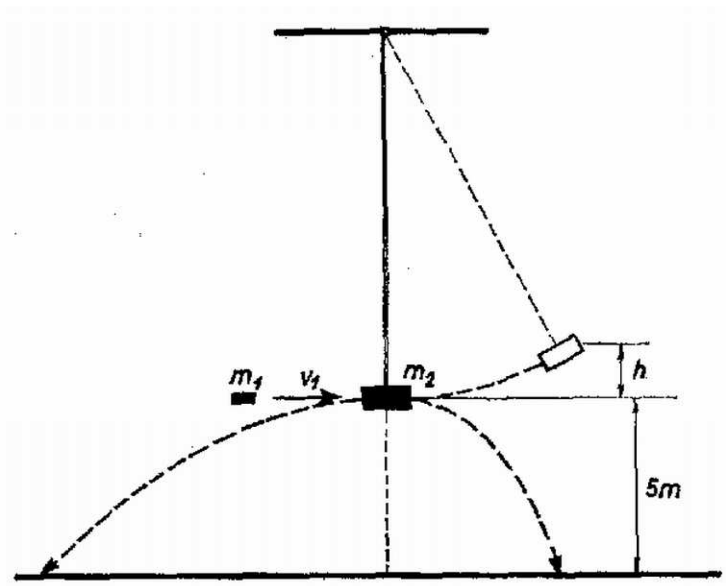
$$l_1 = (-2 + \sqrt{13})L = 1{,}61\ L,$$
$$l_2 = (5 - \sqrt{13})L = 1{,}39\ L.$$

A II. forduló feladatai

1. *Egy* 15 méter *magas teremben* 10 méter *hosszú fonálon* $m_2 = 0{,}96$ kg *tömegű test lóg (4. ábra). Ezt az ingát úgy hozzuk mozgásba, hogy az ingatestnek – a lengés síkjában fekvő – vízszintes irányú* $v_1 = 15$ m/s *sebességgel* $m_1 = 0{,}04$ kg *tömegű golyócskát lövünk neki. Ezt mindannyiszor megismételjük, valahányszor az inga balról jobbra függőleges helyzetén halad át. Az ütközés tökéletesen rugalmas. Az inga minden teljes lengése alatt energiájának* $k = 5$ %*-át veszti el.* ($g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.)

a) *Mekkora az a legnagyobb magasság, ameddig az inga a leírt módon felvihető?*

b) *Hol van a padlón az a sáv, amelybe a visszaeső golyók hullanak?*



4. ábra

Megoldás. A testek ütközés utáni sebessége legyen u_1, illetve u_2. A rugalmas ütközésekre vonatkozó ismert összefüggésekből

(1) $$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_2 v_1}{m_1 + m_2}.$$

A végállapotban mint határesetben az inga $u_{2\infty}$-nel repül el jobbfelé, és energiaveszteség után balról a függőleges helyzetbe v_2 sebességgel érkezik, így

$$(1-k)\cdot\frac{m_2u_{2\infty}^2}{2}=\frac{m_2v_{2\infty}^2}{2},$$

vagyis $v_{2\infty}=u_{2\infty}\sqrt{1-k}$.
Másrészt (1) szerint

$$u_{2\infty}=\frac{(m_2-m_1)u_{2\infty}+2m_1v_1}{m_1+m_2}.$$

$v_{2\infty}$ előbbi értékét beírva

$$u_{2\infty}=\frac{(m_2-m_1)u_{2\infty}\sqrt{1-k}+2m_1v_1}{m_1+m_2}.$$

Ennek rendezésével kapjuk a végállapotbeli ütközéskor az $u_{2\infty}$ eltávozási sebességet:

$$u_{2\infty}=\frac{2m_1v_1}{m_1+m_2-(m_1-m_2)\sqrt{1-k}}=11{,}62\ \mathrm{m/s}.$$

Mivel egynegyed lengés alatt $k/4$ törtrész az energiaveszteség, azért a h_∞ emelkedési magasságra felírhatjuk, hogy

$$m_2gh_\infty=\frac{m_2u_{2\infty}^2[1-(k/4)]}{2},$$

tehát

$$h_\infty=\frac{u_{2\infty}^2(1-k/4)}{2g}=6{,}66\ \mathrm{m}.$$

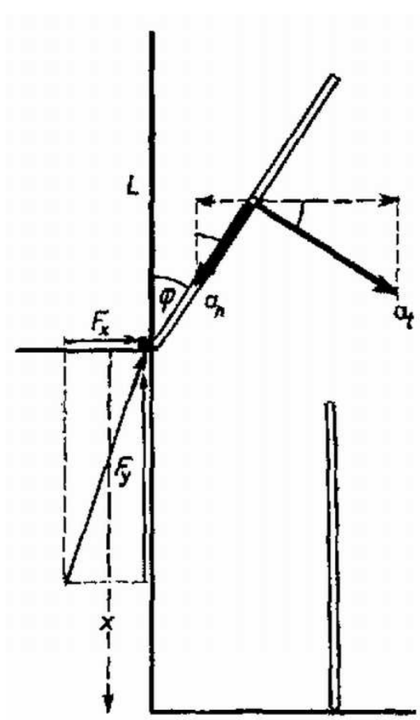
A visszapattanó golyók sebessége:

$$u_{1_k}=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1=-13{,}8\ \mathrm{m/s},$$

$$u_1=\frac{(m_1-m_2)v_1+2m_2u_{2\infty}\sqrt{1-k}}{m_1+m_2}=7{,}94\ \mathrm{m/s}.$$

Mivel a golyók 5 méteres magasságból esnek le, esésük 1 másodpercig tart és a földön $-13{,}8$ métertől $+7{,}94$ méterig terjedő, összesen 21,74 méter széles sávon hullanak le.

2. *Asztallap szélére L hosszúságú pálcát állítunk, amelynek alsó vége súrlódásmentesen egy pecekhez támaszkodik (5. ábra). A pálca lebillen. Milyen magas az asztal, ha a pálca felső végével lefelé függőleges helyzetben érkezik a padlóhoz?*



5. ábra

Megoldás. Határozzuk meg a pálcának azt a helyzetét (a φ szöget), ahol elválik a pecektől.

A pálca mozgását először úgy vizsgáljuk, mintha alsó vége tengely körül forogna. A tömegközéppont gyorsulásának érintőmenti és tengely felé mutató összetevője:

$$a_t = \beta \cdot \frac{L}{2},$$
$$a_n = \omega^2 \cdot \frac{L}{2}.$$

A β szöggyorsulást a forgás törvényéből kapjuk, mint a forgatónyomaték és a $\Theta = mL^2/3$ tehetetlenségi nyomaték hányadosát:

$$\beta = \frac{mg(L/2)\sin\varphi}{\Theta}, \qquad \beta = \frac{3g\sin\varphi}{2L}.$$

ω^2 az energiamegmaradás törvényéből adódik:

$$mg \cdot \frac{L}{2}(1-\cos\varphi) = \omega^2\Theta/2, \qquad \omega^2 = \frac{3g}{L}(1-\cos\varphi).$$

Felhasználva β-t és ω^2-et, megkapjuk a pálca gyorsulásának összetevőit mint φ függvényét:

$$a_t = \frac{3}{4}\cdot\sin\varphi,$$
$$a_n = \frac{3}{2}\cdot g(1-\cos\varphi).$$

E kettő eredője az a gyorsulás, amellyel a tömegközéppont a φ-vel meghatározott helyzetben mozog. Ez a gyorsulás természetesen csak akkor jön létre, ha megfelelő erő hat a rúdra. A pálcára a súlyerő és a pecek által kifejtett F erő hat. E kettő hozza létre az a_t és a_n által meghatározott gyorsulást.

Vizsgáljuk a pecek által a pálcára kifejtett F erő vízszintes összetevőjét. Ez hozza létre a_t és a_n vízszintes összetevőinek algebrai összegét:

$$F_x = ma_t\cos\varphi - ma_n\sin\varphi = \frac{3}{4}\cdot mg(3\cos\varphi - 2)\sin\varphi.$$

Mivel a pecek csak nyomni képes, azért a pálca akkor válik el az asztal szélétől, amikor F_x nulla lesz. A $\varphi = 0$ triviális esettől eltekintve az elválás akkor következik be, amikor $\cos\varphi = 2/3$, $\varphi = 48°11' = 0{,}8411$.

Érdemes megvizsgálni a pecek által kifejtett erő y irányú összetevőjét, F_y-t. Ennek nagysága

$$F_y = mg - \frac{3}{4}\cdot mg\sin^2\varphi - \frac{3}{2}\cdot mg(1-\cos\varphi)\cos\varphi = \frac{mg}{4}(1 - 6\cos\varphi + 9\cos^2\varphi).$$

Az $F_y = 0$ egyenlet megoldása mutatja, hogy F_y akkor lenne nulla, amikor $\cos\varphi = 1/3$, $\varphi = 70°27'$, de addigra a pálca már elhagyta az asztal szélét.

A pálca elválásának pillanatában $\cos\varphi = 2/3$, $\sin\varphi = \sqrt{5}/3$, $\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{5}/2$. A tömegközéppont sebességének összetevői $v_x = \sqrt{gL}/3$, $v_y = \sqrt{5gL}/6$, sebessége $v = \sqrt{gL}/2$. Ekkor a középpont $\omega = v : (L/2) = \sqrt{g/L}$ szögsebességgel forog és ezt az állandó szögsebességét továbbra is megtartja. A leérkezésig még $\pi - 0{,}8411 = 2{,}3005$ (radiánban kifejezett) szöget kell fordulnia, amihez $t = 2{,}3005/\omega = 2{,}3005\sqrt{L/g}$ idő szükséges.

A tömegközéppont ferde hajítás pályáján mozog. Függőlegesen $x - (L/2) + (L\cos\varphi)/2 = x - (L/6)$ utat kell megtennie. A lefelé történő hajítás úttörvénye szerint

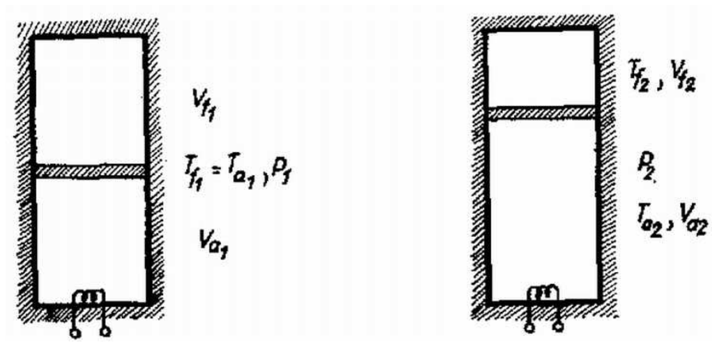
$$x - \frac{L}{6} = v_y t - \frac{g}{2}\cdot t^2 = \frac{\sqrt{5gL}}{6}\cdot 2{,}3005\sqrt{\frac{L}{g}} + \frac{g}{2}\cdot 2{,}3005^2\cdot\frac{L}{g}.$$

Innen az asztal keresett magassága:

$$x = \left[\frac{1}{6} + \frac{2{,}3005\sqrt{5}}{6} + \frac{2,3005^2}{2}\right] L = 3{,}67\ L.$$

Az eredmény g-től független.

3. *Egy* 44,8 liter *térfogatú henger közepén súrlódás mentes dugattyú alul is, felül is* 4 gramm 0 ℃ *hőmérsékletű héliumot választ el (6. ábra). A henger fala és a dugattyú tökéletes hőszigetelő. Az alsó részben* 242 ohm *ellenállású,* 220 voltos, *melegítésre szolgáló huzal van. Mennyi ideig kell ezt bekapcsolnunk, hogy a felső részben a hélium hőmérséklete* 136,5 ℃*-ra emelkedjék? A hélium fajhői* $c_p = 1{,}25$ cal/gK $= 5{,}23$ J/gK *és* $c_v = 0{,}75$ cal/gK $= 3{,}14$ J/gK.



6. ábra

Megoldás. Kifelé nincs munkavégzés, ezért az elektromos munka a gázok belső energiájának növekedésével egyenlő. Így az alsó gáz véghőmérsékletére van szükségünk.

A kezdeti adatok : $V_{f1} = V_{a1} = 22{,}4$ liter, $T_{f1} = T_{a1} = 273$ K, $p_1 = 1$ atmoszféra. A kísérlet végén $T_{f2} =$ 409,5 K; T_{a2}, V_{f2}, V_{a2}, p_2 ismeretlenek. A felső gázra érvényes az adiabatikus összefüggés ($\kappa = c_p/c_V$):

$$p_1 V_{f1}^{\kappa} = p_2 V_{f2}^{\kappa}.$$

Mindegyik gázra érvényes a gáztörvény:

$$\frac{p_1 V_{f1}}{T_{f1}} = \frac{p_2 V_{f2}}{T_{f2}},$$
$$\frac{p_1 V_{a1}}{T_{a1}} = \frac{p_2 V_{a2}}{T_{a2}}$$

Végül a térfogatösszeg állandó marad:

$$V_{f2} + V_{a2} = V_{f1} + V_{a1} = 44{,}8 \text{ liter}.$$

Az egyenletrendszer megoldása:

$$p_2 = 2{,}76 \text{ atmoszféra}, \qquad V_{f2} = 12{,}19 \text{ liter},$$
$$V_{a2} = 32{,}61 \text{ liter}, \qquad T_{a2} = 1095 \text{ K} = 822\ ^\circ\text{C}.$$

Ezután kiszámítjuk a szükséges energiát:

$$3{,}14\ (\text{J/gK}) \cdot 4\ \text{g} \cdot 136{,}5\ \text{K} + 3{,}14\ (\text{J/gK}) \cdot 4\ \text{g} \cdot 882\ \text{K} = 12040\ \text{J}.$$

A melegítő teljesítménye $P = \dfrac{220^2 \text{V}^2}{242\ \Omega} = 200$ watt, a szükséges időtartam 12040 joule : 200 watt = 60,2 s ≅ 1 perc.

A III. kísérleti forduló

a) *Egy elektrosztatikai berendezés működésének megfigyelése és magyarázata.*
b) *Fénytani kísérlet: lencseképalkotás megfigyelése és magyarázata.*
c) *Anyagállandó meghatározása Kundt-csővel.*

Az 1978. évi fizikai tanulmányi verseny eredménye

A fizikából nem tagozatos tanulók versenyében:

I díj: *Kozma László* (Debrecen, Kossuth Lajos Gimn., IV. o, t., tanára: Nagy Lászlóné).

II. díj: *Kriza György* (Budapest, Fazekas Mihály Gimn., IV. o. t., tanára: Tóth László és Szalay Béla).

III. díj: *Gyomlai Győző* (Szerencs, Bocskai István Gimn., IV. o. t., tanára: Éles Gáborné).

A további helyezettek: 4. *Slezák Tamás* (Sopron, Széchenyi István Gimn., IV. o. t., Légrádi Imre), 5. *Csók Tibor* (Kecskemét, Katona József Gimn., IV. o. t., Szakács Jenő), 6. *Pacher Tibor* (Mosonmagyaróvár, Kossuth Lajos Gimn., III. o. t., Gulyás Ferencné), 7. *Csordás András* (Esztergom, Dobó Katalin Gimn., III. o. t., Sipos Imre), 8. *Pál János* (Tiszalök, Gimnázium, IV. o. t., Szemerédy Tamás), 9. *Frey István* (Pécs, Zipernovszky K. Szakközépiskola IV. o. t., Balog József), 10. *Németh Csóka Mihály* (Budapest, Móricz Zsigmond Gimn., IV. o. t., Széplaki Jenőné).

A rangsor folytatása: 11. *Oláh Károly* (Veszprém, Lovassy László Gimn., III. o. t., Farkas István), 12. *Orosz Csaba* (Budapest, Arany János Gimn., IV. o. t., Seltsam László), 13. *Rosanics György* (Szombathely, Nagy Lajos Gimn., IV. o. t., Pereszteg László), 14. *Nádasi János* (Budapest, Apáczai Csere János Gimn., III. o. t., Holics László), 15. *Bartke István* (Budapest, Fazekas Mihály Gimn., IV. o. t., Tóth László).

A fizikából tagozatos tanulók versenyében:

I. díj: *Mikola Péter* (Szekszárd, Garay János Gimn., IV. o. t., tanára: Lemle Béláné).

II. díj: *Németh Gábor* (Budapest, József Attila Gimn., IV. o. t., tanára: Tóth Eszter).

III. díj: *Kálvin Sándor* (Debrecen, Kossuth Lajos Gimn., IV. o. t., tanára: Varga Ferenc).

A további helyezettek: 4. *Lengyel Gábor* (Pápa, Türr István Gimn., III. o. t., Bujáki Miklós), 5. *Nagy Győző* (Jászberény; Lehel Vezér Gimn., IV. o. t., Mile Ferenc), 6. *Bene Gyula* (Miskolc, Földes Ferenc Gimn., III. o. t., Zsudel László), 7. *Vincze István* (Bonyhád, Petőfi Sándor Gimn., IV. o. t., Jurisits József), 8. *Blázsik Zoltán* (Csongrád, Batsányi János Gimn., IV. o. t., Szucsán András), 9. *Kaufmann Zoltán* (Vác, Sztáron Sándor Gimn., III. o. t., Molnár Sándorné), 10. *Németh Róbert* (Győr, Révai Miklós Gimn., IV. o. t., Székely László).

A rangsor folytatása: 11. *Toplenszki János* (Miskolc, Földes Ferenc Gimn., IV. o. t., Dolák Gabriella), 12. *Csikai Attila* (Debrecen, Kossuth Lajos Gimn., IV. o. t., Varga Ferenc), 13. *Farkas Ferenc* (Szeged, Radnóti Miklós Gimn., III. o. t., Vekerdi Klára), 14. *Sas Viktor* (Székesfehérvár, József Attila Gimn., IV. o. t., Wolkensdorfer János), 15. *Benkő Tibor* (Győr, Révai Miklós Gimn., IV. o. t., Székely László).