Ismeretes a következő azonosság:

$$\operatorname{ctg} 2x = \frac{\operatorname{ctg}^2 x - 1}{2 \operatorname{ctg} x} = \frac{\operatorname{ctg} x}{2} - \frac{1}{2 \operatorname{ctg} x},$$

amiből átrendezéssel

$$\frac{1}{\operatorname{ctg} x} = \operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x - 2 \operatorname{ctg} 2x \tag{2}$$

minden olyan x-re, amelyre $\operatorname{ctg} 2x$ értelmezve van, tehát amelyre (k-val egész számot jelölve) $2x \neq k\pi$, vagyis $x \neq k(\pi/2)$, hiszen ekkor $\operatorname{ctg} x$ is, $\operatorname{tg} x$ is értelmezve van.

Írjuk egymás alá (2)-t $(n+1)$-szer, x helyén rendre az

$$\alpha,\ \frac{\alpha}{2},\quad \frac{\alpha}{4},\ \ldots,\ \frac{\alpha}{2^n}$$

számokkal, egyszersmind szorozzuk az azonosságokat rendre az

$$1,\ \frac{1}{2},\quad \frac{1}{4},\ \ldots,\ \frac{1}{2^n}$$

tényezővel:

$$\frac{1}{2^{\,i}} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2^{\,i}} = \frac{1}{2^{\,i}} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2^{\,i}} - \frac{1}{2^{\,i-1}} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2^{\,i-1}}.$$
$$(i = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

Az azonosságokat összeadva a bal oldalon (1) bal oldalát kapjuk. A jobb oldalon pedig mindegyik sor második tagja egyenlő az előtte álló sor első tagjának (-1)-szeresével – természetesen a második ($i=1$ indexű) sortól kezdve. Így a jobb oldalak összege egyenlő az $i=n$ indexű sor első tagjának és az $i=0$ indexű sor második tagjának összegével, ami éppen (1) jobb oldala. Ezzel az állítást bebizonyítottuk.

Az azonosság érvényességének egyetlen föltétele, hogy $2\,\alpha$ ne legyen egész többszöröse π-nek.

Megjegyzés. A dolgozatok többsége teljes indukcióval bizonyította az állítást. Lényegében a fenti megoldás is az, de kevesebb írással.