Az idei olimpiát Románia rendezte 1978. július 1. és 13. között. Az olimpián 17 ország: az Amerikai Egyesült Államok (USA), Ausztria (A), Bulgária (BG), Csehszlovákia (CS), Finnország (SF), Franciaország (F), Hollandia (NL), Jugoszlávia (YU), Kuba (C), Lengyelország (PL), Mongólia (M), Nagy-Britannia (GB), a Német Szövetségi Köztársaság (D), Románia (R), Svédország (S), Törökország (TR) és Vietnam (VN) összesen 132 tanulója vett részt. Minden országot 8–8 tanuló és két tanár (a küldöttség vezetője, illetve titkára) képviselt, kivéve Kubát, ahonnan 4 tanuló és egy tanár érkezett.

A két írásbeli dolgozatot a versenyzők július 6-án és 7-én írták. Mindkét napon 3–3 feladatot kellett megoldaniuk, a munkaidő 4–4 óra volt. A feladatok teljes megoldásáért rendre 6, 7, 8, illetve 4, 6, 8 pontot lehetett kapni, a szokásoknak megfelelően a maximálisan elérhető pontszám 40 volt.

A feladatok értékelése és koordinálása után az egyes versenyzők által kapott összes pontszámot a következő táblázat tartalmazza országonként:

Tanuló	A	BG	C	CS	D	F	GB	M	NL	PL	R	S	SF	TR	USA	VN	YU
1.	27	24	24	22	26	23	39	14	17	18	36	17	14	1	22	24	34
2.	21	25	9	21	21	26	28	6	20	22	31	14	16	14	21	24	24
3.	24	21	23	32	21	8	24	3	16	14	32	22	8	4	29	22	19
4.	24	21	12	20	18	28	21	3	33	18	21	9	24	2	40	23	15
5.	4	23	-	34	22	27	27	16	26	23	37	6	8	9	30	23	18
6.	16	21	-	19	18	17	20	4	21	21	15	15	12	9	26	25	17
7.	28	18	-	24	35	24	24	11	5	19	33	16	22	12	31	30	21
8.	30	29	-	23	23	26	18	4	19	21	22	18	14	15	26	29	23
Össz.	174	182	68	195	184	179	201	61	157	156	237	117	118	66	225	200	171

Az egyes feladatokra kapott összpontszámok

Feladat	A	BG	C	CS	D	F	GB	M	NL	PL	R	S	SF	TR	USA	VN	YU
1.	38	44	15	41	34	41	43	16	33	36	46	26	31	11	44	45	43
2.	23	27	13	37	29	26	20	7	12	18	27	3	14	3	36	37	14
3.	24	18	5	24	32	30	45	3	26	26	40	13	25	9	47	15	23
4.	35	39	5	40	36	34	36	15	31	26	40	32	20	18	39	40	40
5.	43	48	20	45	45	41	45	17	43	48	48	41	28	19	48	48	40
6.	11	6	10	8	8	7	12	3	12	2	36	2	0	6	11	15	11

A nemzetközi zsűri döntése alapján I. díjat a 40–35, II. díjat a 34–27, III. díjat a 26–22 pontot elért versenyzők kaptak. Első díjat kapott *Mark Kleiman* (USA, 40 pont), *Richard Ewen Borcherds* (Anglia, 39 pont), *Nistor Victor* (Románia, 37 pont), *Enescu Bogdan* (Románia, 36 pont), valamint *Weselmann Uwe* (NSZK, 35 pont). Második díjat 20 versenyző, harmadik díjat 38 versenyző kapott. Az egyes országok összpontszámát, a kapott díjakat a következő táblázat mutatja:

Ország	R	USA	GB	VN	CS	D	BG	F	A	YU	NL	PL	C	SF	S	TR	M
Pont	237	235	201	200	195	184	182	179	174	171	157	156	68	118	117	66	63
I. díj	2	1	1	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
II. díj	3	3	2	2	2	-	1	2	3	1	1	-	-	-	-	-	-
III. díj	2	3	2	6	3	3	3	4	2	2	1	2	2	2	1	-	-

A harmadik, illetve a hatodik feladat különösen szép megoldásáért a zsűri három versenyzőnek összesen négy különdíjat adott ki: *Markkanen Markku* (Finnország, 3. feladat), *Richard Ewen Borcherds* (Anglia, 6. feladat), *Marc Van Leeuwen* (Hollandia, két különdíj, a 3. és 6. feladatért).

Az idei verseny eredményhirdetésének befejezésekor a részt vevő országok nevében az angol küldöttség vezetője, R. C. Lyness mondott köszönetet a Román Szocialista Köztársaságnak a szívélyes fogadtatásért és a gondos rendezésért. Végül bejelentette, hogy a következő, XXI. Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát Nagy-Britannia fogja rendezni, 1979-ben.

*

1. Az m és n természetes számokra $n > m > 1$. Az 1978^m, valamint 1978^n tízes számrendszerbeli alakjában az utolsó három jegy sorrendben is megegyezik. Keressük meg azt az m és n-et, amelyre $m+n$ a lehető legkisebb. (Kuba, 6 pont)

2. Egy gömb belsejében adott egy P pont. A gömb felszínén úgy helyezkednek el az A, B, C pontok, hogy PA, PB és PC páronként merőlegesek egymásra. Legyen a PA, PB és PC által meghatározott téglatestnek P-vel szemközti csúcsa Q. Mi a Q pontok mértani helye? (USA, 7 pont)

3. A pozitív egész számok halmaza megegyezik az

$$\{f(1),\ f(2),\ \dots,\ f(n),\ \dots\} \quad \text{és a} \quad \{g(1),\ g(2),\ \dots,\ g(n),\ \dots\}$$

diszjunkt halmazok egyesítésével, ahol

$$f(1) < f(2) < \dots < f(n) < \dots,$$
$$g(1) < g(2) < \dots < g(n) < \dots,$$

és $g(n) = f\big(f(n)\big) + 1$, minden $n \geqq 1$-re.

Határozzuk meg $f(240)$ értékét! (Nagy-Britannia, 8 pont)

4. Az ABC háromszögben $AB = AC$. Egy kör belülről érinti az ABC háromszög köré írt kört, továbbá az AB oldalt a P, az AC oldalt a Q pontban. Bizonyítsuk be, hogy a PQ szakasz felezőpontja az ABC háromszög beírt körének középpontja. (USA, 5 pont)

5. Álljon az (a_k) $k = 1,\ 2,\ 3,\ \dots,\ n, \dots$ sorozat különböző pozitív egész számokból. Bizonyítsuk be, hogy minden n természetes számra

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{k^2} \geqq \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}.$$

(Franciaország, 6 pont)

6. Egy nemzetközi társaságnak 1978 tagja van 6 különböző országból. A tagokat 1-től 1978-ig számozták meg. Mutassuk meg, hogy legalább egy olyan tag van, akinek a sorszáma megegyezik két honfitársa sorszámának összegével, vagy kétszer akkora, mint egy honfitársa sorszáma. (Hollandia, 8 pont)