Az előző részben kitűzött feladatok megoldása:

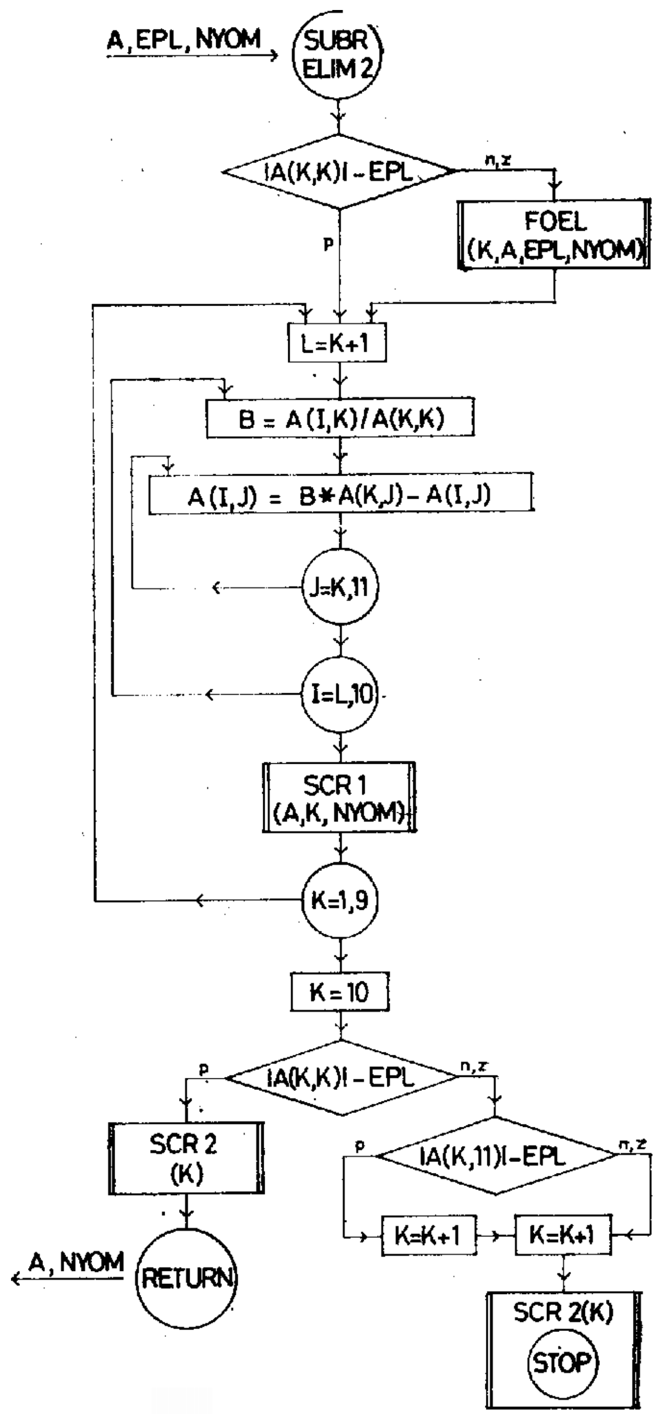
1. Feladat: Blokkdiagram készítendő a 10 ismeretlenes egyenletrendszer eliminációs eljárása során alkalmazandó főelem keresésére.

Megoldás: új főelem keresésére, mint említettük, akkor kerül sor, ha az közel zérus értékű, emiatt a vele való osztás túlcsordulást, a program futásának leállását eredményezné. A megfelelő főelem megtalálása után oszlopcserét hajtunk végre és folytathatjuk az eliminációt. Azt azonban „föl kell íratnunk", hogy az oszlopok sorrendje miként változott, mivel a visszahelyettesítésnél a kapott gyökök sorrendje a cserélt oszlopok sorrendjével lesz azonos. A gyököket az eredeti sorrendbe csak ennek segítségével rendezhetjük.

Miután így a Gauss-féle eliminációs módszerre épülő program a visszahelyettesítési és ellenőrzési résztől eltekintve elkészült, bemutatjuk a teljes program első részének egy lehetséges formáját. Ezzel kapcsolatos megjegyzéseink a következők:

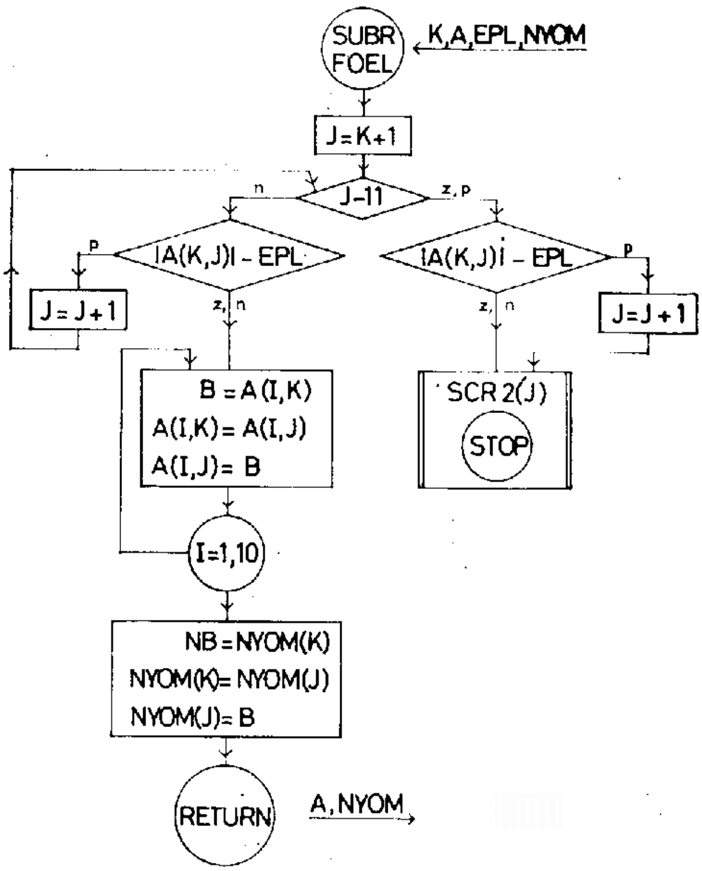
– A **MASTER** szegmens az **A** és **B** tömböket tölti fel az eredeti együttható mátrixszal (utóbbit az ellenőrző részben használjuk fel). $\times$ lesz az eredmény vektor, a **NYOM** vektor az oszlopok sorrendjét tárolja, indulásnál az 1-től 10-ig terjedő egész számokkal töltjük fel. **LX** az **SCR1** szubrutinnak, **NX** az **SCR3** szubrutinnak ad jelzést. **SCR1** az eredeti, ill. a 9-dik menet után kapott együttható mátrixot írja ki. **ELIM2** a főelemkereséssel módosított eliminációs szubrutin. **VISSZ** a visszahelyettesítő, **CONTR** az ellenőrző, **SCR3** az eredményt kijelző szubrutinok, melyekről a következő részben esik szó.

– **ELIM2**-ben **L** a menet számát jelzi. A főelemet a **FOEL** szubrutin keresi ki. A **K =10** utasítás után a 9-edik menetet követő egyenletrendszer megoldhatóságát vizsgáljuk. Ha **K** értéke 10, az **SCR2** kiíratja az elimináció elkészültét, és visszatér a hívó programba, de ha **K** értéke 11 vagy 12, akkor jelzi az egyenletrendszer megoldhatatlanságának okát és a **STOP**-ra fut. A szubrutin blokkdiagramját az 1. ábra mutatja.



1. ábra

– A **FOEL** a főelemet egy k-dik menetben a $(k+I)$-edik (J-edik) oszloptól a 10-edik oszlopig keresi. Ha a sorban legalább 10 együttható zérus, akkor az **SCR2** rutint hívja és ott nyomtatás után megáll. Az oszlopcsere a 3-as címkéjű ciklusutasítással kezdődik. A cserélt oszlopok indexeit a **NYOM** vektor megfelelő komponenseinek cseréjével jegyezzük fel. Blokkdiagramját a 2. ábra mutatja.



2. ábra

– A **SCR2** csak akkor engedi vissza a program végrehajtást a hívó szegmensbe, ha **K**=10, azaz ha az eliminációban mindig van zérushoz nem közel eső főelem. Ha a sorban mind a 11 együttható zérussá válik, akkor valamelyik egyenlet előállítható a többiből, ha csak az első tíz zérus, de a 11-edik nem az, akkor van két egymásnak ellentmondó egyenlet.

Ezek után a Gauss-féle eliminációs program első része az alábbi:

```
      MASTER PR13
      DIMENSION A(10,11),B(10,11),X(14),NYOM(10)
      READ(1,1)((A(I,J),J=1,11),I=1,10)
1     FORMAT(9(6F12.2/5F12.2/),6F12.2/5F12.2)
      DO 3 I=1,10
      NYOM(I)=I
      DO 3 J=1,11
3     B(I,J)=A(I,J)
      EPL=10.**(-3)
      LX=0
      NX=-1
      CALL SCR1(A,LX,NYOM)
      CALL ELIM2(A,EPL,NYOM)
      CALL VISSZ(A,X,NYOM)
      CALL SCR3(X,NX)
      CALL CONTR(B,X)
      STOP
      END
      SUBROUTINE SCR1(A,L,NYOM)
      DIMENSION A(10,11),NYOM(10)
      IF(L-1) 0,6,6
      WRITE(3,1)
1     FORMAT(1H1////20X,28HAZ EREDETI EGYUETTHATOO MAAT,
     ×4HRIX:///)
      GO TO 4
6     IF(L-9) 8,0,8
      WRITE(3,5) L
5     FORMAT(1H1////20X,i2,10H-DIK  MENET///)
4     WRITE(3,7)((A(I,J),J=1,11),I=1,10),(NYOM(K),K=1,10)
7     FORMAT(10(//7X,11 F12.2),///20X,
     ×21HAZ OSZLOPOK HELYZETE:,//15X,10I12/)
8     RETURN
      END
      SUBROUTINE ELIM2(A,EPL,NYOM)
      DIMENSION A(10,11),NYOM(10)
      DO 3 K=1,9
      IF(ABS(A(K,K))-EPL) 0,0,4
      CALL FOEL(K,A,EPL,NYOM)
4     L=K+1
      DO 2 I=L,10
      B=A(I,K)/A(K,K)
      DO 1 J=K,11
1     A(I,J)=B*A(K,J)-A(I,J)
2     CONTINUE
      CALL SCR1(A,K,NYOM)
3     CONTINUE
      K=10
      IF(ABS(A(K,K))-EPL) 5,5,0
      CALL SCR2(K)
      RETURN
5     IF(ABS(A(K,11))-EPL) 7,7,0
      K=K+1
7     K=K+1
      CALL SCR2(K)
      END
      SUBROUTINE SCR2(K)
      WRITE(3,2)
      IF(K-11) 0,5,7
      RETURN
```

```
5     WRITE(3,6)
      WRITE(3,9)
      STOP
7     WRITE(3,6)
      WRITE(3,8)
      STOP
2     FORMAT(///50X,18HELIMINAACIOO KEESZ/)
6     FORMAT(///50X,19HAZ EGYENLETRENDSZER/)
8     FORMAT(5X,14HELLENTONDASOS)
9     FORMAT(5X,12HHATAROZATLAN)
      END
      SUBROUTINE FOEL(K,A,EPL,NYOM)
      DIMENSION A(10,11),NYOM(10)
      J=K+1
4     IF(J–11) 1,0,0
      IF(ABS(A(K, J))–EPL) 6,6,0
      J=J+1
6     CALL SCR2(J)
1     IF(ABS(A(K,J))–EPL) 0,0,3
      J=J+1
3     DO 5 I=1,10
      B=A(I,K)
      A(I,K)=A(I,J)
5     A(I,J)=B
      NB=NYOM(K)
      NYOM(K)=NYOM(J)
      NYOM(J)=NB
      RETURN
      END
```

2. feladat. Program készítendő egy 5×5-ös méretű bűvös négyzet betöltésére és kinyomtatására.

Megoldás: egy lehetséges program az alábbi:

```
      MASTER PR14
      DIMENSION A(5,5)
      READ(1,9) AK,D
      M=1
      N=3
      DO 8 J=1,5
      DO 7 I=1,5
      A(M,N)=AK
      AK=AK+D
      IF(M–5) 0,1,0
      M=M+1
      GO TO 2
1     M=1
2     IF(N–5) 0,3,0
      N=N+1
      GO TO 7
3     N=1
7     CONTINUE
      IF(N–1) 0,4,0
      N=N–1
      GO TO 8
4     N=5
8     CONTINUE
      OESSZ=0.
      DO 5 I=1,5
5     OESSZ=OESSZ+A(I,3)
      WRITE(3,6) ((A(I,J),J=1,5),I=1,5),OESSZ
6     FORMAT(1H1,20(/),5(50X,5F12.2//),50X,
     ×40HA SOR- ILL. OSZLOPOSSZEGEK KOZOS ERTEKE:,
     ×3X,F12.2)
9     FORMAT(2F12.2)
      STOP
      END
```

A feladatban nem adtuk meg az elsőként betöltendő, „kezdő” mátrix elem indexeit, emiatt az tetszőleges. A közölt programban a kezdő elem sor-, ill. oszlopindexeit az **M**, ill. **N** azonosítók értékadással kapják. Ha megfelelően adjuk meg az indexeket, akkor nem csak a sorok és oszlopok összege „bűvös” (ugyanaz a szám), hanem a fő-, ill. mellékátlókra eső elemek összege is. Ilyenkor diagonálisan bűvös a négyzet, ami a példában adott kezdőelem indexekkel is bekövetkezik. A bűvös négyzet további speciális tulajdonsága lehet, hogy a fő-, ill. mellékátlókkal párhuzamos „tört átlók” mentén elhelyezkedő elemek összege is bűvös, azaz pándiagonális a négyzet. A példánkban a mellékátlókkal párhuzamos tört átlókra ez is fennáll. Pl. $a_{2,1} + a_{1,2} + a_{5,3} + a_{4,4} + a_{3,5}$ egy ilyen mellékátlóval párhuzamos tört átló elemei. A kitöltés más „szabály” alapján is történhet, pl. lóugrás szerint. Bizonyos páros rendű mátrixok is lehetnek bűvös négyzetek, ezek kitöltése bonyolultabb. Bűvös négyzetekkel rovatunk tovább nem foglalkozik.

6.2. folytatás. A főelem keresése a megoldás pontosságával is kapcsolatos. Ha mindig a legnagyobb abszolút értékű sor-elemet választjuk főelemnek, akkor növelni tudjuk a pontosságot. Sajnos még ilyen módszer mellett is előfordulhat, hogy az eljárás használhatatlanul pontatlan gyökökhöz vezet, ami a kiindulási mátrix bizonyos tulajdonságaival magyarázható. Ennek kifejtésébe nem bocsátkozhatunk.

6.3. **Visszahelyettesítés, ellenőrzés**

A visszahelyettesítő szubrutin az eliminált együtthatójú egyenletrendszerből „alulról fölfelé haladva” kiszámítja a gyököket. Ezek sorrendje azonban a megcserélt oszlopok sorrendjével egyezik. Hogy végül tudjuk, melyik az első, második stb. gyök, a **NYOM** vektor segítségével helyre kell állítani sorrendjüket. Ezt is a visszahelyettesítő szubrutin végzi. A k-adik gyök egy olyan tört, melynek nevezője a sor fődiagonálisba eső eleme. A számlálót kéttagú kifejezésnek tekinthetjük, első tagja a k-adik sor 11-edik eleme, a második tagja egy **C** szám, melynek számítása a $\mathbf{C} = \mathbf{C} + \mathbf{A}(\mathbf{L} + \mathbf{1}, \mathbf{K}) * \mathbf{Y}(\mathbf{K})$ utasítással történhet, ha **C** kezdőértéke zérus, és **L** értékét 10-től visszafelé $(k + 1)$-ig változtatjuk.

A pontosság bizonytalansága miatt a **B** tömbben eltett eredeti együttható mátrix felhasználásával visszahelyettesítjük az eredmény vektor komponenseit az egyenletek bal oldalába, és a helyettesítési értékeket kivonjuk a jobb oldali számértékekből. Ha a különbségek egy kívánt pontossági intervallumba esnek, az eredmény vektort jónak mondjuk.

Feladatok

1. Írjuk meg a **PR13** hiányzó szubrutinjait. (Az ellenőrző vektort is nyomtassa!)

2. A KÖMAL 55. kötet 2. száma 63. oldalán levő 2077-es feladatot módosítsuk az alábbi szerint: Két db egységnyi sugarú körlemez úgy fekszik egymáson, hogy együttvéve 6π egységnyi területet fednek le. Szorítsuk olyan két tört közé a középpontok távolságát, amelynek nevezője 1000, a számlálóik egészek, és a számlálóik különbsége 1. A feladat számítására készítsünk programot.