Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 1976. november 13-án rendezte 53. versenyét Budapesten és 8 vidéki városban idén érettségizettek és középiskolai tanulók részére. A versenyzők 5 órai munkaidő alatt oldhatták meg a három feladatot és bármilyen segédeszközt használhattak. A versenyzők száma 394 volt. Ismertetjük a feladatokat és megoldásukat.

1. $M = 1000$ kg *tömegű gépkocsi egyenletes körmozgást végez* $R = 15$ *m sugarú körpályán* $\omega = 0{,}4$ s^{-1} *szögsebességgel. A gépkocsi* 15 *m hosszú kötéllel* $m = 200$ *kg tömegű ládát vontat, amely szintén egyenletes körmozgást végez. A láda csúszó súrlódási együtthatója* 0,24. *Legyen a nehézségi gyorsulás* $g = 10$ m/s^2.

a) *Mekkora erő feszíti a kötelet?*

b) *A talaj mekkora erővel hat a gépkocsira (a vízszintes síkban)?*

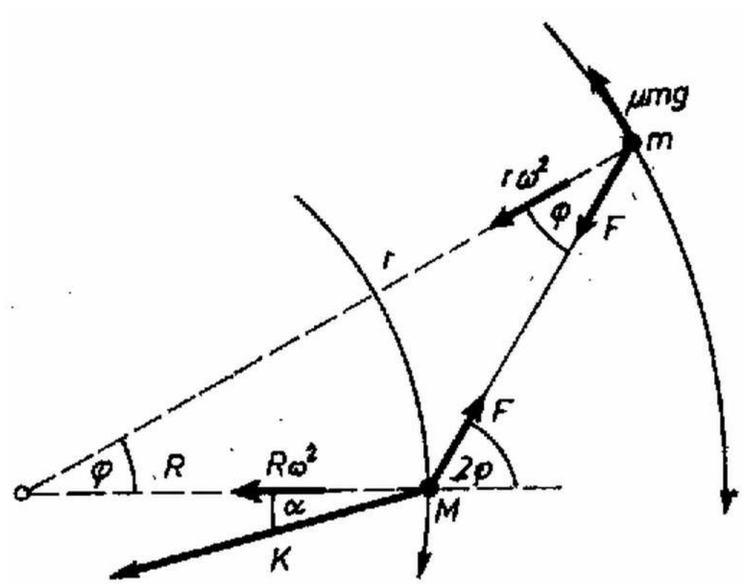
c) *Mekkora a láda vontatására fordított teljesítmény?*

d) *Vizsgáljuk meg a mozgást, ha* $\omega = 0{,}2$ s^{-1}!

(Vermes Miklós)

Megoldás A kötél hossza egyenlő az autó pályasugarával, így az 1. ábra alapján

(1) $$\cos\varphi = r/(2R).$$



1. ábra

A ládára a vízszintes síkban μmg súrlódási erő hat az r sugarú körpálya érintője mentén, valamint az F kötélerő. A láda gyorsulása a kör középpontja felé mutat, nagysága $\omega^2 r$. A mozgásegyenletek a sugárirányú és az erre merőleges komponensekre:

(2) $$mr\omega^2 = F\cdot\cos\varphi,$$

(3) $$0 = F\cdot\sin\varphi - \mu mg.$$

A gépkocsira a kötélerő, valamint a K súrlódási erő hat a vízszintes síkban. A mozgásegyenletek a sugárirányú és az erre merőleges komponensekre:

(4) $$MR\omega^2 = K\cdot\cos\alpha - F\cdot\cos 2\varphi,$$

(5) $$0 = K\cdot\sin\alpha - F\cdot\sin 2\varphi.$$

a) Az (1) és (2} egyenletekből kifejezhetjük a kötélerőt

$$F = 2mR\omega^2 = 960 \text{ newton}.$$

b) (3)-ból

$$\sin\varphi = \mu mg/F = 0{,}5, \qquad \text{azaz} \qquad \varphi = 30°;$$

(4)-ből és (5)-ből pedig

$$K = \sqrt{(MR\omega^2 + F\cdot\cos 2\varphi)^2 + (F\cdot\sin 2\varphi)^2} = 2998 \text{ newton}.$$

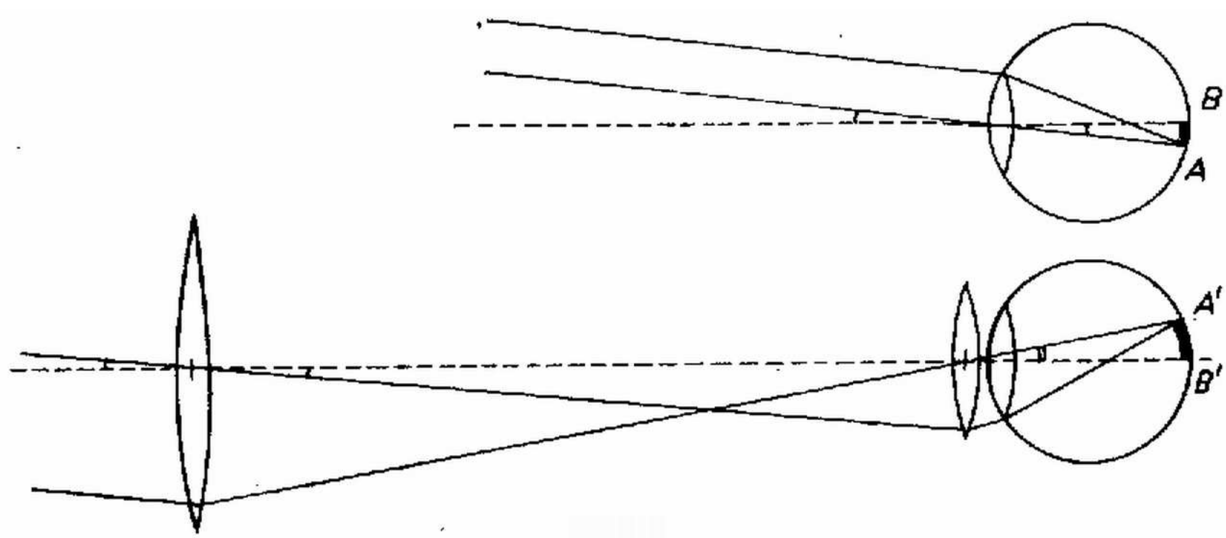
c) A láda vontatásához szükséges teljesítmény a láda ωr sebességének és a μmg vontató erőnek a szorzata:

$$P = \omega r \cdot \mu mg = 10{,}392\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 480\ \text{newton} = 4988\ \text{watt}.$$

d) A $\sin\varphi = \mu g/(2\omega^2 R)$ összefüggésből következik, hogy $\omega = \sqrt{\mu g/(2R)} = 0{,}28\ \mathrm{s}^{-1}$ esetében $\varphi = 90°$ és a láda a középpontba kerül. (Ez érvényes az ennél kisebb szögsebességekre is. Ilyenkor az $M\omega^2 R$ erő megoszlása a kötélben ható és a talaj részéről működő erő között határozatlan.)

2. *Bizonyítsuk be, hogy egy csillagászati távcsővel nézve ugyanolyan fényesnek látjuk a Holdat, mint szabad szemmel nézve, feltéve, hogy a két gyűjtőlencse átmérője elég nagy és az elnyelési veszteségektől eltekintünk!*

Megoldás. Szabad szemmel nézve a Holdat, a széléről érkező párhuzamos sugárnyaláb az ideghártyán A-ban, a Hold középpontjáról érkező, szaggatottan jelzett nyaláb az ideghártyán B-ben gyűlik össze. A Holdról érkező és a szembe bejutó összes fény AB sugarú körön oszlik szét. Az érzékelt fényerősséget az jelenti, hogy a terület egységére mennyi fény jut (2. ábra).



2. ábra

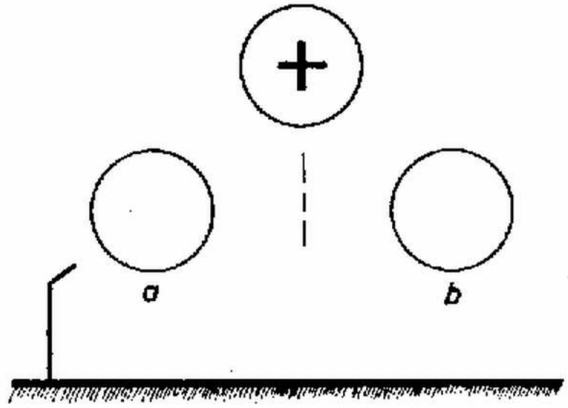
A csillagászati távcső k szögnagyítását a két lencse fókusztávolságának a hányadosa adja meg. A csillagászati távcsőn végezve a megfigyelést a Hold szélének a képe A'-ben, közepének a képe B'-ben keletkezik. A szembe ugyanolyan vastag sugárnyaláb kerül be, mint előbb, de ez a távcsőbe való belépéskor k-szor nagyobb átmérőjű volt, tehát a szembe k^2-szer több energia jut be. Azonban a k-szoros szögnagyítás folytán $A'B' = k \cdot AB$, az ideghártyán megvilágított kör területe k^2-szer nagyobb, mint előbb. Így a területegységre jutó fényenergia az előbbi, az érzékelt megvilágítási erősség változatlan.

A csillagászati távcső ún. teleszkópikus rendszer, a párhuzamos sugarakból álló nyaláb ugyancsak párhuzamos nyalábként lép ki, de k-szor nagyobb szögben és k-szor vékonyabban. Gondolatmenetünk akkor helyes, ha a lencsék átmérője elég nagy. A szemlencsének kb. akkorának kell lennie, mint a szem pupillájának, hogy ezen ne maradjon kihasználatlan terület, de ennél nagyobb szükségtelen, mert a pupilla mellé érkező fénysugarak fölöslegesek. A tárgylencse átmérőjének legalább a szemlencseátmérő k-szorosának kell lennie, hogy a szemlencse tele legyen fénnyel. Nagy nagyítás esetében ezt a feltételt nem lehet teljesíteni, és ekkor távcsővel kisebb megvilágítási erősséget látunk, mint szabad szemmel. A lencsék üveganyagának fényelnyelése ugyanerre vezet.

Mindez ún. felületi fényforrásokra vonatkozik. A pontszerű fényforrások geometriai optikával számított képe kisebb, mint egyetlen csap helye az ideghártyán, vagy mint egy ezüstbromid-szemcse a fényképezőlemezen. Ilyenkor a beérkezett fény összes mennyisége számít. Pontszerű fényforrás esetében legyen a tárgylencse (tükör) átmérője minél nagyobb, hogy minél több fény érkezzék az érzékelés helyére, ahol kisebb-nagyobb foltot kapunk, tekintettel a lencsehibákra stb. Pontszerű fényforrások a csillagok, sokszor a kisbolygók és kis-holdak, igen távoli ködfoltok.

3. *Két egyforma, semleges fémgömb egyikének közelében a 3. ábrán látható módon földelt fémtű van. A két gömb között középen, felülről lassan leengedünk egy elektromosan töltött gömböt. Hol üt át először szikra?*

(Károlyházy Frigyes)



3. ábra

Megoldás. A csúcshatás következtében az a-gömbről a megosztott töltés egy része eltávozik szikrakisülés nélkül. Ezért az a-gömb alacsonyabb potenciálon van, mint a b-gömb. A töltött gömb és a föld között bármely úton haladva ugyanannyi a potenciálkülönbség, azonban ebből a és a töltött gömb közötti részre több jut, mint a töltött gömb és b közötti részre, tehát a szikra először a töltött gömb és a között csap át.

A verseny eredménye

I. díjat nyert *Vankó Péter* (Bp. Móricz Zsigmond Gimn. IV. o. t., tanára Sikó Attiláné). II. díjat nyertek *Kárpáti Tibor* honvéd (érettségizett Pécsett a Zipernovszky K. Szakközépiskolában mint Balogh József tanítványa) és *Surány Gábor* (Bp. I. István Gimn. IV. o. t., tanára Cseh Géza). III. díjat nyertek *Hanula Barna* (Bp. Berzsenyi Dániel Gimn. IV. o. t., tanára Hubert Györgyné), Sebestyén György (Bp. I. István Gimn. IV. o. t., tanára Cseh Géza) és *Tankovits Tibor* (Bp. Kaffka Margit Gimn. IV. o. t., tanára Mórocz Béláné). Dicséretet kaptak jutalommal: *Biegl Csaba* (Bp. József Attila Gimn. IV. o. t., tanára Bakányi Márton), *Hujter Mihály*, az ELTE matematikus hallgatója (érettségizett Pápán a Türr István gimnáziumban mint Varga Gyula tanítványa), *Kriza György* (Bp, Fazekas Mihály Gimn. III. o. t., tanárai Szalay Béla és Tóth László) és *Rapai Tibor* (Bp. József Attila Gimn. IV. o. t., tanára Honfi Lászlóné).